Corrigé et barème – simplification, comparaison et calcul de fractions — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Exercice 1 – Écrire une fraction autrement *(4 pts)*

a) $\frac{9}{4} = 9 \div 4 = 2{,}25$ (contrôle : $4 \times 2{,}25 = 9$). $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0{,}35$ (on multiplie les deux termes par 5). (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

b) $8 \times 7 = 56$: le dénominateur est multiplié par 7, donc le numérateur aussi : $3 \times 7 = 21$, d'où $\frac{3}{8} = \frac{21}{56}$. Puis $45 \div 15 = 3$: on divise aussi le dénominateur par 15, $60 \div 15 = 4$, d'où $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

c) Les deux nombres sont pairs : $\frac{42}{70} = \frac{42 \div 2}{70 \div 2} = \frac{21}{35}$. Puis 21 et 35 sont dans la table de 7 : $\frac{21}{35} = \frac{21 \div 7}{35 \div 7} = \frac{3}{5}$. 3 et 5 n'ont que 1 comme diviseur commun : $\frac{3}{5}$ est irréductible. En une seule étape, on divise par 14. (1 pt ; 0,5 pt si l'on s'arrête à $\frac{21}{35}$) (1)

d) $23 = 5 \times 4 + 3$: dans 23, il y a 4 fois 5 et il reste 3. Donc $\frac{23}{5} = \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = 4 + \frac{3}{5}$, et $4 < \frac{23}{5} < 5$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Méthode — pour compléter une égalité de fractions, je cherche par quel nombre on a multiplié (ou divisé) le terme connu, puis je fais la même opération sur l'autre terme.

Exercice 2 – Comparer et ranger *(4 pts)*

a) Même numérateur : la plus grande fraction est celle qui a le plus petit dénominateur, car un neuvième est plus gros qu'un douzième. Donc $\frac{7}{9} > \frac{7}{12}$. (1 pt) (1)

b) $19 < 20$, donc $\frac{19}{20} < 1$; $20 > 19$, donc $\frac{20}{19} > 1$. Le nombre 1 sert d'intermédiaire : $\frac{19}{20} < \frac{20}{19}$. (1 pt) (1)

c) Table de 9 : 9, 18 ; et $18 = 6 \times 3$. Au dénominateur 18 : $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ et $\frac{8}{9} = \frac{16}{18}$. Comme $15 < 16$, on a $\frac{5}{6} < \frac{8}{9}$. (0,5 pt pour la mise au même dénominateur + 0,5 pt pour la conclusion) (1)

d) 20 est un multiple de 10, de 5 et de 2. En vingtièmes : $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$; $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$; $\frac{1}{2} = \frac{10}{20}$. On range les numérateurs : $10 < 12 < 13 < 14$, donc $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{13}{20} < \frac{7}{10}$. (0,5 pt pour les conversions + 0,5 pt pour le rangement) (1)

Astuce — avant de chercher un dénominateur commun, je regarde si les deux fractions ont le même numérateur, ou si l'une est plus petite que 1 et l'autre plus grande : la comparaison se fait alors sans calcul.

Exercice 3 – Calculer avec des fractions *(4 pts)*

a) $12 = 4 \times 3$, donc $\dfrac{3}{4} = \dfrac{9}{12}$. Puis $\dfrac{9}{12} + \dfrac{1}{12} = \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6}$ (on divise par 2). (0,5 pt calcul + 0,5 pt simplification) (1)

b) Table de 6 : 6, 12 ; et $12 = 4 \times 3$. $\dfrac{5}{6} - \dfrac{3}{4} = \dfrac{10}{12} - \dfrac{9}{12} = \dfrac{1}{12}$. (1 pt) (1)

c) $4 \times 7 = 28$, donc $4 = \dfrac{28}{7}$. Puis $\dfrac{28}{7} - \dfrac{5}{7} = \dfrac{23}{7}$. (1 pt) (1)

d) On multiplie seulement le numérateur : $9 \times \dfrac{2}{15} = \dfrac{18}{15}$. Puis 18 et 15 sont dans la table de 3 : $\dfrac{18}{15} = \dfrac{6}{5}$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Erreur fréquente — on n'additionne jamais les dénominateurs : $\dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{12}$ ne vaut pas $\dfrac{4}{16}$, qui est même plus petit que $\dfrac{3}{4}$.

Exercice 4 – Sur une demi-droite graduée *(4 pts)*

a) Chaque intervalle vaut $\dfrac{1}{8}$. $8 = 4 \times 2$, donc $\dfrac{5}{4} = \dfrac{5 \times 2}{4 \times 2} = \dfrac{10}{8}$: le point A est à 10 intervalles de O. (1 pt) (1)

b) $1{,}5 = \dfrac{15}{10} = \dfrac{3}{2}$ (on divise par 5), puis $8 = 2 \times 4$, donc $\dfrac{3}{2} = \dfrac{12}{8}$ (on multiplie par 4). Autre méthode : $1{,}5 = 1 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{8}{8} + \dfrac{4}{8}$. Le point B est à 12 intervalles de O. (1 pt) (1)

c) L'abscisse de C est $\dfrac{13}{8}$. Au dénominateur 8 : $\dfrac{10}{8} < \dfrac{12}{8} < \dfrac{13}{8}$, donc $\dfrac{5}{4} < 1{,}5 < \dfrac{13}{8}$: A, puis B, puis C. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

d) $\dfrac{13}{8} - \dfrac{10}{8} = \dfrac{3}{8}$: il faut avancer de $\dfrac{3}{8}$ d'unité, c'est-à-dire de 3 intervalles. (1 pt) (1)

Piège — sur une demi-droite graduée, on compte les intervalles depuis l'origine, pas les traits : entre 0 et 1, il y a 7 petits traits mais 8 intervalles.

Exercice 5 – Problème — Les activités de la sortie *(4 pts)*

a) Escalade : $24 \div 8 = 3$, puis $3 \times 3 = 9$ élèves. Canoë : $24 \div 3 = 8$ élèves. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

b) Table de 8 : 8, 16, 24 ; et $24 = 3 \times 8$. $\dfrac{3}{8} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{9}{24} + \dfrac{8}{24} = \dfrac{17}{24}$ de la classe. (1 pt) (1)

c) La classe entière, c'est $1 = \dfrac{24}{24}$. Tir à l'arc : $\dfrac{24}{24} - \dfrac{17}{24} = \dfrac{7}{24}$ de la classe, c'est-à-dire 7 élèves sur 24. Contrôle : $24 - 9 - 8 = 7$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

d) La moitié, c'est $\dfrac{1}{2} = \dfrac{12}{24}$. Comme $17 > 12$, on a $\dfrac{17}{24} > \dfrac{12}{24}$: oui, plus de la moitié de la classe fait de l'escalade ou du canoë. (1 pt) (1)

Méthode — quand plusieurs fractions décrivent les parts d'un même tout, la part restante vaut 1 moins leur somme, en écrivant 1 avec le même dénominateur.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).