

Devoir surveillé – Calcul littéral, carrés et cubes — niveau



Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Calculs sans calculatrice

(4 pts)

Calcule en écrivant toutes les étapes.

a) $A = 3 \times [2^3 - (1 + 2)^2 + 4^2]$

c) $C = 7x^2 - 2x^3$ pour $x = 3$

b) $B = \frac{5^2 + 3^3 - 2}{1,5^2 - 0,25}$

d) $D = 2a^3 + a^2$ pour $a = 0,5$

Exercice 2 – Qui a raison ?

(4 pts)

Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse et justifie : une preuve si elle est vraie, un contre-exemple si elle est fausse.

a) Léa : « Pour tout nombre x , $3(x + 4) - 2x - 12 = x$. »

b) Tom : « Le carré d'un nombre est toujours supérieur ou égal à ce nombre. »

c) Inès : « Le carré d'un nombre est toujours différent de son cube. »

d) Sami : « 4^3 est aussi le carré d'un nombre entier. »

Exercice 3 – Recherche — toutes les solutions

(4 pts)

On s'intéresse à l'expression $n^2 + 3n$, où n est un nombre entier positif ou nul.

a) Calcule $n^2 + 3n$ pour $n = 4$ puis pour $n = 6$.

b) Explique pourquoi $n^2 + 3n$ augmente quand l'entier n augmente.

c) Trouve tous les entiers n positifs ou nuls tels que $n^2 + 3n < 60$. Justifie que tu n'en as oublié aucun.

d) Existe-t-il un entier n tel que $n^2 + 3n = 60$? Justifie.

Exercice 4 – Problème — l'allée autour de la cour

(4 pts)

Une cour carrée de côté x mètres est entourée, à l'extérieur, d'une allée de 1 m de large qui en fait tout le tour. La cour et l'allée forment ensemble un grand carré.

a) Montre que l'aire de l'allée, en m^2 , peut s'écrire $4x + 4$. On pourra découper l'allée en rectangles et en carrés.

b) Pour $x = 12$, calcule l'aire de l'allée de deux façons différentes.

c) L'allée est recouverte de dalles carrées de 50 cm de côté. Combien de dalles faut-il lorsque $x = 12$?

d) Une autre cour a une aire de $81 m^2$. Quelle est l'aire de son allée ?

Exercice 5 – Pour aller plus loin — sommes de cubes*(4 pts)*

On étudie les sommes de cubes d'entiers consécutifs à partir de 1.

- a) Calcule $1^3 + 2^3$, puis $1^3 + 2^3 + 3^3$, puis $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$, et écris chaque résultat comme le carré d'un nombre entier.
- b) On obtient les carrés de 1, 3, 6, 10. Comment passe-t-on d'un de ces nombres au suivant ? Prévois la valeur de $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$, puis vérifie-la par le calcul.
- c) Un élève propose la formule suivante : le n -ième nombre de la liste 1, 3, 6, 10, 15, ... vaut $\frac{n \times (n + 1)}{2}$. Vérifie-la pour $n = 4$ et pour $n = 5$.
- d) En admettant cette formule, calcule $1^3 + 2^3 + \dots + 10^3$ sans additionner les cubes. Ce raisonnement est-il une preuve ? Explique.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).