

Corrigé et barème – Calcul littéral, carrés et cubes — niveau



Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5^e

Exercice 1 – Calculs en cascade

(4 pts)

- a) $A = 2 \times 9 + 64 = 18 + 64 = 82$. (0,5 pt pour les puissances, 0,5 pt pour le résultat) (1)
- b) $B = (1 + 4)^2 - 10 = 5^2 - 10 = 25 - 10 = 15$. (0,5 pt pour la parenthèse, 0,5 pt pour le résultat) (1)
- c) $C = 5 \times 2^2 - 3 \times 2 = 5 \times 4 - 6 = 20 - 6 = 14$. (0,5 pt pour le remplacement, 0,5 pt pour le résultat) (1)
- d) $D = (3 + 1)^3 - 3^3 = 4^3 - 27 = 64 - 27 = 37$. (0,5 pt pour $4^3 = 64$, 0,5 pt pour le résultat) (1)

Piège — dans 2×3^2 , le carré ne porte que sur 3 : on calcule $3^2 = 9$ avant de multiplier par 2, et surtout pas 6^2 .

Exercice 2 – Réduire, développer

(4 pts)

- a) $3x^2 - x^2 + 5x + 2x - 4 = 2x^2 + 7x - 4$. (0,5 pt pour $2x^2$, 0,5 pt pour $7x - 4$) (1)
- b) $5 \times a + 5 \times 2 + 3a = 5a + 10 + 3a = 8a + 10$. (0,5 pt pour le développement, 0,5 pt pour la réduction) (1)
- c) $2 \times 3y - 2 \times 4 - 5y + 9 = 6y - 8 - 5y + 9 = y + 1$. (0,5 pt pour le développement, 0,5 pt pour la réduction) (1)
- d) $x \times x + x \times 6 = x^2 + 6x$. (0,5 pt pour la distributivité, 0,5 pt pour l'écriture x^2) (1)

Erreur fréquente — $x \times x = x^2$ mais $x + x = 2x$: on ne regroupe que des termes de même nature, les x^2 entre eux, les x entre eux, les nombres entre eux.

Exercice 3 – Tester une égalité

(4 pts)

- a) Membre de gauche : $1^2 + 6 = 1 + 6 = 7$; membre de droite : $5 \times 1 = 5$. Comme $7 \neq 5$, l'égalité est fausse pour $x = 1$. (1 pt) (1)
- b) Pour $x = 2$: $2^2 + 6 = 10$ et $5 \times 2 = 10$, l'égalité est vraie. Pour $x = 3$: $3^2 + 6 = 15$ et $5 \times 3 = 15$, elle est vraie. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) $0,5^2 + 6 = 0,25 + 6 = 6,25$ et $5 \times 0,5 = 2,5$; $6,25 \neq 2,5$, l'égalité est fausse. (0,5 pt pour le carré, 0,5 pt pour la conclusion) (1)
- d) Non. Pour $x = 1$, l'égalité est fausse (question 1) : c'est un contre-exemple. Qu'une égalité soit vraie pour quelques valeurs ne prouve pas qu'elle est vraie pour toutes. (0,5 pt pour la réponse, 0,5 pt pour le contre-exemple rédigé) (1)

Méthode — tester une égalité, c'est calculer séparément ses deux membres pour la valeur donnée puis les comparer ; une égalité vraie pour certaines valeurs peut être fausse pour d'autres.

Exercice 4 – Deux programmes de calcul**(4 pts)**

- a) A : $5^2 + 2 \times 5 = 25 + 10 = 35$. B : $(5 + 2) \times 5 = 7 \times 5 = 35$. (0,5 pt par programme) (1)
- b) A : $1,5^2 + 2 \times 1,5 = 2,25 + 3 = 5,25$. B : $(1,5 + 2) \times 1,5 = 3,5 \times 1,5 = 5,25$. (0,5 pt par programme) (1)
- c) A : $x^2 + 2x$. B : $(x + 2) \times x$, que l'on écrit $x(x + 2)$. (0,5 pt par expression) (1)
- d) On développe B : $x(x + 2) = x \times x + x \times 2 = x^2 + 2x$, c'est l'expression de A. Les deux programmes donnent donc le même résultat quel que soit le nombre de départ. (0,5 pt pour le développement, 0,5 pt pour la conclusion) (1)

Astuce — les essais numériques permettent de deviner une propriété, mais seul un calcul avec la lettre x , valable pour tous les nombres, la démontre.

Exercice 5 – Problème — la boîte cubique**(4 pts)**

- a) $V = a \times a \times a = a^3$ (en cm^3) ; chaque face est un carré d'aire a^2 , donc $S = 6a^2$ (en cm^2). (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- b) $V = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$; $S = 6 \times 5^2 = 6 \times 25 = 150 \text{ cm}^2$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$, donc l'arête mesure 10 cm ; $S = 6 \times 10^2 = 6 \times 100 = 600 \text{ cm}^2$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- d) $V = 6^3 = 36 \times 6 = 216$ et $S = 6 \times 6^2 = 6 \times 36 = 216$: les deux nombres sont égaux (mais les unités restent différentes). (0,5 pt par calcul) (1)

Piège — l'aire totale d'un cube compte six faces, soit $6a^2$, à ne pas confondre avec $(6a)^2$; et une aire se mesure en cm^2 , un volume en cm^3 .