

Devoir surveillé – Angles, triangles et parallélogrammes — niveau ★★★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Qui a raison ?

(3 pts)

Trois élèves donnent leur avis. Dis qui a raison, en justifiant par une démonstration ou un contre-exemple.

- a) Léa : « Si on prolonge un côté d'un triangle, l'angle supplémentaire ainsi formé en un sommet est égal à la somme des deux autres angles du triangle. »
- b) Tom : « Un quadrilatère dont les deux diagonales ont la même longueur est forcément un rectangle. »
- c) Inès : « Le centre d'un parallélogramme est toujours à la même distance de ses quatre sommets. »

Exercice 2 – Recherche — Tous les triangles isocèles

(5 pts)

On cherche tous les triangles isocèles (non aplatis) de périmètre 20 cm dont les côtés mesurent un nombre entier de centimètres. On note a la longueur commune des deux côtés égaux et b la longueur de la base.

- a) Écris une égalité reliant a et b .
- b) Explique pourquoi b est forcément pair, puis pourquoi $b < 10$.
- c) Donne la liste complète des triangles possibles, en justifiant qu'aucun n'est oublié. L'un d'eux est-il équilatéral ?
- d) Le triangle ABC isocèle en A de côtés 7 cm, 7 cm et 6 cm est complété par son symétrique par rapport au milieu I de $[BC]$. Quelle figure obtient-on ? Quel est son périmètre ?

Exercice 3 – Le zigzag entre deux parallèles

(4 pts)

Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. A est un point de (d_1) , B un point de (d_2) ; $[Ax)$ et $[By)$ sont deux demi-droites de (d_1) et (d_2) dirigées dans le même sens. Le point M , situé entre les deux droites du côté de $[Ax)$ et $[By)$, vérifie $\widehat{xAM} = 35^\circ$ et $\widehat{yBM} = 50^\circ$.

- a) On trace la droite (Δ) passant par M et parallèle à (d_1) . Pourquoi est-elle aussi parallèle à (d_2) ?
- b) La droite (Δ) partage l'angle $\widehat{AMB}$ en deux angles. Calcule chacun d'eux en justifiant.
- c) Dédus-en $\widehat{AMB}$.
- d) La droite (AM) recoupe (d_2) en C . Calcule les trois angles du triangle MBC , puis vérifie que $\widehat{AMB} = \widehat{MBC} + \widehat{MCB}$.

Exercice 4 – Problème — Le logo**(4 pts)**

Un logo est formé d'un triangle équilatéral ABC de côté 6 cm et de son symétrique $A'B'C'$ par rapport au milieu O du côté $[BC]$. Étudie la figure obtenue en répondant aux questions, sans rien mesurer.

- Quels sont les points B' et C' ? Quel quadrilatère forme le contour du logo ?
- Démontre que ce quadrilatère est un losange et calcule son périmètre.
- Calcule ses quatre angles.
- Calcule $\widehat{BAA'}$, puis démontre que les droites (AA') et (BC) sont perpendiculaires.

Exercice 5 – Défi — L'angle droit caché**(4 pts)**

$ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB = 2 \times AD$, et M est le milieu de $[AB]$. On note a la mesure de l'angle $\widehat{DAB}$, en degrés.

- Cas particulier : $a = 70^\circ$. Calcule $\widehat{AMD}$, $\widehat{BMC}$, puis $\widehat{DMC}$.
- Cas général : exprime $\widehat{AMD}$ et $\widehat{BMC}$ en fonction de a , puis démontre que $\widehat{DMC}$ est toujours un angle droit.
- On suppose maintenant $a = 60^\circ$. Quelle est la nature du triangle ADM ? Compare DM et AD .

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).