Devoir surveillé – angles, parallélisme et triangles — niveau ★★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Corriger une copie *(4 pts)*

Chaque ligne de cette copie contient une erreur. Explique-la, puis corrige-la.

a) « Dans le triangle RST, $\widehat{SRT} = 64°$ et $\widehat{RST} = 58°$, donc $\widehat{RTS} = 180° - 64° + 58° = 174°$. »

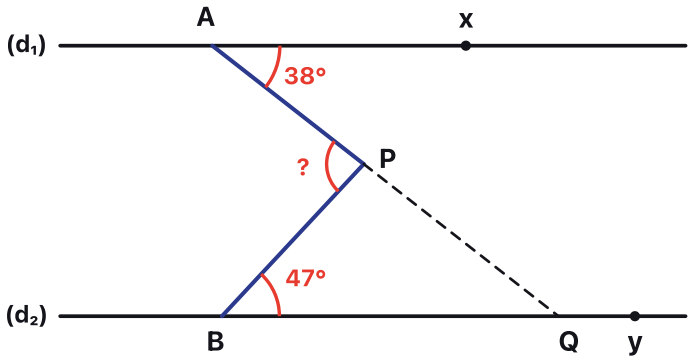
b) « Les droites (AB) et (CD) sont coupées par la sécante (EF) en M et N. Les angles $\widehat{AME}$ et $\widehat{BMF}$ sont opposés par le sommet et mesurent tous les deux $75°$, donc $(AB)//(CD)$. »

c) « Le triangle DEF est isocèle en D et $\widehat{EDF} = 40°$, donc $\widehat{DEF} = 180° - 40° = 140°$. »

d) « $AB = 6$ cm, $MA = 5$ cm et $MB = 5$ cm, donc M est le milieu de $[AB]$. »

Exercice 2 – Enquête — L'angle en zigzag *(5 pts)*

Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Le point A est sur (d_1), le point B sur (d_2) et le point P entre les deux droites ; x est un point de (d_1) et y un point de (d_2), tous deux à droite. On sait que $\widehat{xAP} = 38°$ et $\widehat{PBy} = 47°$, et l'on cherche $\widehat{APB}$. La figure n'est pas en vraie grandeur.



a) On trace la droite (d_3) parallèle à (d_1) passant par P. Démontre que (d_3) est aussi parallèle à (d_2).

b) On place le point z sur (d_3), à gauche de P. Calcule $\widehat{APz}$ et $\widehat{zPB}$, en justifiant.

c) Déduis-en $\widehat{APB}$, puis énonce, pour cette configuration, la règle qui relie $\widehat{APB}$ à $\widehat{xAP}$ et à $\widehat{PBy}$.

d) Autre méthode : la droite (AP) coupe (d_2) en Q, situé sur la demi-droite $[By)$. Calcule les trois angles du triangle PBQ, puis retrouve $\widehat{APB}$.

e) Sur une autre figure du même type, on mesure $\widehat{xAP} = 38°$, $\widehat{PBy} = 50°$ et $\widehat{APB} = 85°$. Les droites (d_1) et (d_2) peuvent-elles être parallèles ? Justifie.

Exercice 3 – Problème — Le puits des trois fermes *(4 pts)*

Trois fermes A, B et C veulent creuser un puits commun O, situé à la même distance des trois fermes. Sur le plan, O est à l'intérieur du triangle ABC, et l'on mesure $\widehat{OAB} = 25^\circ$ et $\widehat{OAC} = 35^\circ$.

a) Que représente le point O pour le triangle ABC ? Explique comment le construire sur le plan.

b) Calcule $\widehat{AOB}$ et $\widehat{AOC}$.

c) Déduis-en $\widehat{BOC}$, puis $\widehat{OBC}$.

d) Calcule les trois angles du triangle ABC et vérifie leur somme.

Exercice 4 – Défi — Toutes les possibilités *(4 pts)*

Chaque question peut avoir une, deux ou aucune solution : trouve-les toutes et justifie.

a) Un triangle isocèle a un périmètre de 25 cm et l'un de ses côtés mesure 5 cm. Quelles sont les longueurs de ses côtés ?

b) Même question si l'un des côtés mesure 8 cm (le périmètre vaut toujours 25 cm).

c) Un triangle isocèle a un angle de 40°. Quels peuvent être ses deux autres angles ?

d) Un triangle isocèle a un angle de 100°. Quels peuvent être ses deux autres angles ?

Exercice 5 – Problème — Le champ partagé *(3 pts)*

Un champ a la forme d'un triangle ABC isocèle en A, avec $BC = 120$ m. Le point I est le milieu de $[BC]$ et $AI = 80$ m. Le propriétaire veut le partager entre ses quatre enfants avec le point J, milieu de $[AI]$, et trois chemins rectilignes $[AI]$, $[BJ]$ et $[CJ]$.

a) Démontre que (AI) est perpendiculaire à (BC), puis calcule l'aire du champ.

b) Démontre que les triangles ABJ et BJI ont la même aire, et calcule-la.

c) Les quatre parts ABJ, BJI, CJI et ACJ ont-elles toutes la même aire ? Justifie, puis donne la fraction du champ que reçoit chaque enfant.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).