Devoir surveillé – angles, parallélisme et triangles — niveau ★★

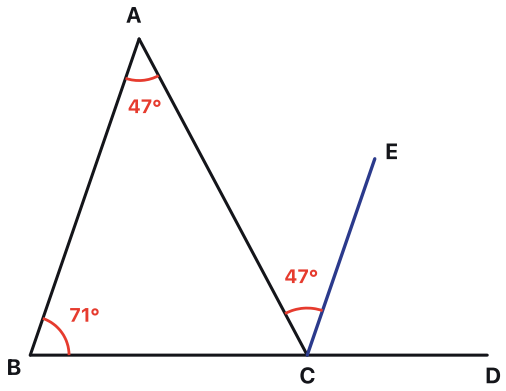
Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Démontrer avec les angles *(4 pts)*

ABC est un triangle tel que $\widehat{BAC} = 47^\circ$ et $\widehat{ABC} = 71^\circ$. On prolonge $[BC]$ au-delà de C jusqu'au point D (B, C et D sont alignés) et on trace la demi-droite $[CE)$, située entre $[CA)$ et $[CD)$, telle que $\widehat{ACE} = 47^\circ$. La figure n'est pas en vraie grandeur.



a) Calcule $\widehat{ACB}$.

b) Démontre que les droites (CE) et (AB) sont parallèles.

c) Pour la sécante (BD), nomme l'angle de sommet C correspondant à $\widehat{ABC}$, puis donne sa mesure en justifiant.

d) Calcule $\widehat{ACB} + \widehat{ACE} + \widehat{ECD}$. Explique pourquoi ce résultat était prévisible.

Exercice 2 – Qui a raison ? *(4 pts)*

Dis si chaque élève a raison ou tort, et justifie.

a) Hugo : « Avec des baguettes de 4,5 cm, 6 cm et 10,5 cm, je peux former un triangle. »

b) Sarah : « Mon triangle est rectangle et l'un de ses angles mesure 48°, donc ses deux autres angles mesurent 90° et 42°. »

c) Malik : « Mon triangle ABC a un angle obtus en B ; le pied de la hauteur issue de A est donc sur le segment $[BC]$. »

d) Zoé : « Les angles $\widehat{xOy} = 37^\circ$ et $\widehat{zKt} = 53^\circ$ n'ont pas le même sommet, donc ils ne peuvent pas être complémentaires. »

Exercice 3 – Construire avec un angle à calculer *(4 pts)*

On veut construire le triangle PQR tel que $PQ = 7$ cm, $\widehat{QPR} = 38^\circ$ et $\widehat{PRQ} = 80^\circ$.

a) Calcule $\widehat{PQR}$ et explique pourquoi ce calcul est utile avant de construire.

b) Fais une figure à main levée codée, puis construis le triangle PQR.

c) Construis au compas les médiatrices de $[PQ]$ et de $[QR]$; elles se coupent en O. Trace le cercle de centre O passant par P et explique pourquoi il passe aussi par Q et par R. Sans mesurer, dis si O est à l'intérieur du triangle.

d) Trace la hauteur issue de R ; elle coupe $[PQ]$ en H. Calcule $\widehat{PRH}$ et $\widehat{HRQ}$, puis contrôle avec $\widehat{PRQ}$.

Exercice 4 – Triangle rectangle, médiane et cercle *(4 pts)*

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm et $BC = 10$ cm. Le point I est le milieu de l'hypoténuse $[BC]$.

a) Calcule l'aire du triangle ABC.

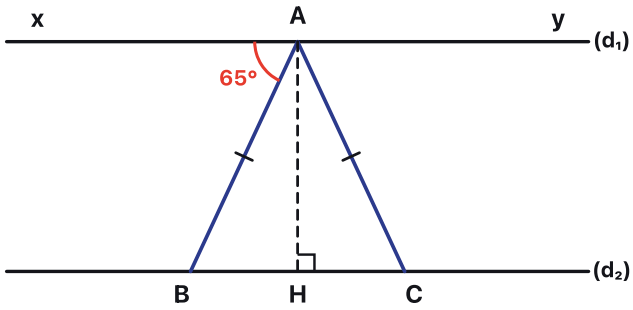
b) Sans tracer de hauteur, donne l'aire des triangles ABI et AIC ; justifie.

c) D'après le cours, où se trouve le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ? Déduis-en la longueur IA.

d) Calcule les périmètres des triangles ABI et AIC, puis compare-les. Que peux-tu en conclure ?

Exercice 5 – Problème — La passerelle *(4 pts)*

Les deux berges d'une rivière sont représentées par les droites parallèles (d_1) et (d_2). D'un point A de (d_1) partent deux câbles $[AB]$ et $[AC]$ de même longueur, avec B et C sur (d_2). Sur (d_1), les points x et y sont de part et d'autre de A (x du côté de B), et $\widehat{xAB} = 65^\circ$. La figure n'est pas en vraie grandeur.



a) Calcule $\widehat{ABC}$ en justifiant.

b) Déduis-en $\widehat{ACB}$, puis $\widehat{BAC}$.

c) Calcule $\widehat{CAy}$ de deux façons différentes.

d) Le câble de secours $[AH]$ est perpendiculaire à la berge (d_2), avec H sur (d_2). Démontre qu'il est aussi perpendiculaire à la berge (d_1), puis nomme deux autres droites remarquables du triangle ABC confondues avec la hauteur (AH).

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).