Corrigé et barème – angles, parallélisme et triangles — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Exercice 1 – Questions rapides *(4 pts)*

a) $\widehat{SOU}$ est opposé par le sommet à $\widehat{ROT}$; or deux angles opposés par le sommet ont la même mesure, donc $\widehat{SOU} = 54°$. $\widehat{TOS}$ est adjacent à $\widehat{ROT}$ et forme avec lui l'angle plat $\widehat{ROS}$: $\widehat{TOS} = 180° - 54° = 126°$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

b) Le plus grand côté mesure 9 cm et la somme des deux autres vaut $3 + 5 = 8$ cm. Comme $9 > 8$, ce triangle est impossible (inégalité triangulaire) : les arcs de rayons 3 cm et 5 cm tracés aux extrémités du côté de 9 cm ne se coupent pas. (0,5 pt pour la comparaison + 0,5 pt pour la conclusion) (1)

c) $\widehat{LKM} = 180° - (35° + 110°) = 180° - 145° = 35°$. Le triangle a deux angles égaux, $\widehat{LKM} = \widehat{KLM} = 35°$: il est isocèle, de sommet principal M (le troisième sommet), donc $MK = ML$. (Il a aussi un angle obtus, de $110°$.) (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

d) Ses trois angles sont égaux et leur somme vaut $180°$: chacun mesure $180° \div 3 = 60°$. $DE = DF$ (les trois côtés sont égaux) : D est à la même distance de E et de F. Or si un point est à la même distance des extrémités d'un segment, alors il est sur sa médiatrice. Donc la médiatrice de $[EF]$ passe par D. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Méthode — pour le troisième angle d'un triangle, on additionne d'abord les deux angles connus, puis on retire cette somme de $180°$; deux angles égaux font aussitôt reconnaître un triangle isocèle.

Exercice 2 – Des parallèles dans un triangle *(4 pts)*

a) Dans le triangle ABC : $\widehat{BAC} = 180° - (64° + 48°) = 180° - 112° = 68°$. (1 pt) (1)

b) C'est $\widehat{ADE}$ (au-dessus de chaque droite, du même côté de la sécante). On sait que $(DE)//(BC)$. Or si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, les angles correspondants ont la même mesure. Donc $\widehat{ADE} = \widehat{ABC} = 64°$. (0,5 pt pour le nom + 0,5 pt pour la justification) (1)

c) Avec la sécante (AC), $\widehat{AED}$ et $\widehat{ACB}$ sont correspondants, et $(DE)//(BC)$: $\widehat{AED} = \widehat{ACB} = 48°$. Vérification dans le triangle ADE : $68 + 64 + 48 = 180$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

d) $\widehat{ADE}$ et $\widehat{BDE}$ sont adjacents et forment l'angle plat $\widehat{ADB}$: $\widehat{BDE} = 180° - 64° = 116°$. (1 pt) (1)

Piège — pour reconnaître des angles correspondants, on repère d'abord la sécante : avec la sécante (AB), ce sont des angles de sommets D et B « à la même place » ; avec la sécante (AC), des angles de sommets E et C.

Exercice 3 – Construire et tracer *(4 pts)*

a) Figure à main levée : $[EF]$ de 6 cm, $[EG]$ de 4 cm, angle de $65°$ en E. Tracés : je trace $[EF]$ de 6 cm à la règle ; au rapporteur (centre sur E, zéro sur $[EF]$), je trace la demi-droite qui fait un angle de $65°$ avec $[EF)$; j'y place G à 4 cm de E avec la règle ; je trace $[FG]$. (0,5 pt pour la figure à main levée et l'ordre des tracés + 0,5 pt pour une construction précise au millimètre et au degré près) (1)

b) La hauteur issue de G passe par G et est perpendiculaire au côté opposé $[EF]$. Je pose un côté de l'angle droit de l'équerre le long de (EF), je la fais glisser jusqu'à ce que l'autre côté passe par G, je trace, puis je code l'angle droit en K. Les angles en E et en F sont aigus : K est sur le segment $[EF]$ (on mesure $GK \approx 3{,}6$ cm). (0,5 pt pour le tracé + 0,5 pt pour l'explication) (1)

c) $EJ = 6 \div 2 = 3$ cm : je place J sur $[EF]$ à 3 cm de E, puis je trace la droite (GJ), qui passe par le sommet G et par le milieu du côté opposé. Elle n'est pas confondue avec la hauteur : si elle l'était, (GJ) serait perpendiculaire à $[EF]$ en son milieu, donc ce serait la médiatrice de $[EF]$, et l'on aurait $GE = GF$; or $GE = 4$ cm et l'on mesure $GF \approx 5{,}6$ cm. (Sur la figure : $EK \approx 1{,}7$ cm, alors que $EJ = 3$ cm.) (0,5 pt pour le tracé + 0,5 pt pour la justification) (1)

d) (GK) est perpendiculaire à (EF) : le triangle EGK est rectangle en K. Ses deux angles aigus sont complémentaires : $\widehat{EGK} = 90° - 65° = 25°$ (ou $180° - (90° + 65°) = 25°$). (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Méthode — deux longueurs et l'angle compris : règle, rapporteur, règle ; la hauteur se trace à l'équerre (angle droit avec le côté opposé), la médiane avec la règle graduée (milieu du côté opposé).

Exercice 4 – Un point de la médiatrice *(4 pts)*

a) On sait que P est sur la médiatrice de $[AB]$. Or si un point est sur la médiatrice d'un segment, il est à la même distance des deux extrémités. Donc $PB = PA = 5$ cm. (1 pt) (1)

b) $PA = PB$: le triangle PAB est isocèle en P, de base $[AB]$. Périmètre : $5 + 5 + 6 = 16$ cm. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

c) La médiatrice coupe $[AB]$ en son milieu : I est le milieu de $[AB]$. (PI) passe par le sommet P et par le milieu du côté opposé : c'est la médiane issue de P. Elle passe par P et est perpendiculaire à (AB) : c'est la hauteur issue de P. $AI = 6 \div 2 = 3$ cm. (0,5 pt pour les deux noms + 0,5 pt pour AI) (1)

d) $[PI]$ est la hauteur relative à $[AB]$: aire de $PAB = 6 \times 4 \div 2 = 12$ cm². (PI) est la médiane issue de P, donc aire de $PAI = 12 \div 2 = 6$ cm² (contrôle : $3 \times 4 \div 2 = 6$). (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Astuce — dans un triangle isocèle, la médiatrice de la base passe par le sommet principal : c'est à la fois la hauteur et la médiane issues de ce sommet, et l'axe de symétrie du triangle.

Exercice 5 – Problème — Les ombres au soleil *(4 pts)*

a) Le triangle PQR est rectangle en Q ; ses angles aigus sont complémentaires : $\widehat{QPR} = 90° - 38° = 52°$. (1 pt) (1)

b) On sait que les rayons (PR) et (SU) sont parallèles et coupés par la sécante (QU), la droite du sol ; $\widehat{PRQ}$ et $\widehat{SUT}$ sont correspondants (au-dessus du sol, du même côté de chaque rayon). Or si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, les angles correspondants ont la même mesure. Donc $\widehat{SUT} = \widehat{PRQ} = 38°$. (0,5 pt pour la paire d'angles + 0,5 pt pour la rédaction en trois temps) (1)

c) On sait que (PQ) et (ST) sont perpendiculaires à la droite du sol. Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles. Donc $(PQ)//(ST)$. (1 pt) (1)

d) Q, R et T sont alignés : $\widehat{PRQ}$ et $\widehat{PRT}$ forment un angle plat, donc $\widehat{PRT} = 180° - 38° = 142°$. Le triangle STU est rectangle en T : $\widehat{TSU} = 90° - 38° = 52°$, comme $\widehat{QPR}$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Erreur fréquente — dans un triangle rectangle, on retire l'angle connu de $90°$, pas de $180°$: les deux angles aigus sont complémentaires.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).