

## Devoir surveillé – Aires, volumes et représentation des solides — niveau ★★★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5<sup>e</sup>

Nom : \_\_\_\_\_

Date : \_\_\_\_\_

Note : \_\_\_\_\_ / 20

*Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.*

---

### Exercice 1 – Automatismes justifiés

(4 pts)

- a) Un cube a une aire totale de  $150 \text{ cm}^2$ . Quel est son volume ?
- b) Sans poser d'opération, calcule le volume d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 4 cm.
- c) Un rectangle a un périmètre de 26 cm et une aire de  $40 \text{ cm}^2$ . Ses dimensions sont des nombres entiers de centimètres : trouve-les et montre qu'il n'y a pas d'autre possibilité.
- d) Peut-il exister un prisme droit ayant exactement 25 arêtes ? Justifie.

### Exercice 2 – Quarts de disque et cube percé

(4 pts)

Dans un carré de côté 8 cm, on découpe à chaque coin un quart de disque de rayon 4 cm, centré sur ce coin.

- a) Explique pourquoi les quatre quarts de disque enlevés ont ensemble l'aire d'un disque de rayon 4 cm, puis calcule cette aire.
- b) Calcule l'aire de la figure restante.
- c) Calcule le périmètre de la figure restante. Pourquoi ne contient-il aucun segment ?
- d) Un cube d'arête 8 cm est percé de part en part, perpendiculairement à une face, d'un trou cylindrique de rayon 2 cm. Calcule le volume restant.

### Exercice 3 – Recherche — les boîtes de $24 \text{ cm}^3$

(5 pts)

On cherche tous les pavés droits de volume  $24 \text{ cm}^3$  dont les trois dimensions  $a \leq b \leq c$  sont des nombres entiers de centimètres.

- a) Trouve tous ces pavés et explique pourquoi tu n'en as oublié aucun.
- b) Pourquoi aucun de ces pavés n'est-il un cube ? Lesquels ont deux faces carrées ?
- c) Pour fabriquer chaque boîte, on découpe son patron dans du carton. Calcule l'aire de chaque patron. Quelle boîte demande le moins de carton ? Donne les dimensions des faces de son patron.

### Exercice 4 – Problème — vider la cuve

(4 pts)

Une cuve en tôle a la forme d'un cylindre de rayon 50 cm et de hauteur 1,2 m ; elle est pleine d'eau. On transvase toute l'eau dans des bidons en forme de pavé droit de  $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ .

- a) Calcule la contenance de la cuve, en litres.
- b) Combien de bidons faut-il au minimum ? Combien de litres contient le dernier bidon utilisé ?
- c) On veut repeindre la paroi latérale de la cuve (ni fond ni couvercle). En utilisant son patron, calcule l'aire à peindre, en  $\text{m}^2$ .

## Exercice 5 – Pour aller plus loin

(3 pts)

On agrandit ou on transforme des solides. Justifie chaque réponse par un raisonnement valable pour toutes les dimensions, pas seulement sur un exemple.

- a) On double les trois dimensions d'un pavé droit. Montre que son volume est multiplié par 8.
- b) Par combien l'aire totale de ce pavé (l'aire de son patron) est-elle alors multipliée ? Justifie.
- c) Pour un cylindre, on double le rayon et on divise la hauteur par 2. Tom dit : « Le volume ne change pas, on a multiplié par 2 puis divisé par 2. » A-t-il raison ?

*Bon courage !*

---

*Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).*