Translation : construire et propriétés

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Espace et géométrie · Transformations)

La démarche pour construire ou utiliser l'image par une translation

1. Je lis la flèche. La translation qui transforme A en B : direction de (AB), sens de A vers B, longueur AB. Sur quadrillage, je compte les carreaux ; dans un repère, je calcule arrivée − départ pour chaque coordonnée.

2. Je reporte le même déplacement à partir de chaque point (ou je construis le parallélogramme ABM′M au compas), puis je relie les images dans le même ordre.

3. Je contrôle et je justifie : même forme, même orientation ; « Or une translation conserve . . . ».

Le réflexe — translation = glissement sans rotation ni retournement : un seul déplacement, le même pour tous les points.

Cas 1 · Rappels : symétrie axiale et symétrie centrale

Réflexe — axiale : je compte jusqu'à l'axe perpendiculairement et autant de l'autre côté ; centrale : O est le milieu de $[MM']$.

Exemple 1. Dans un repère d'origine O, symétrique de $H(-7\,;\,3{,}5)$ par rapport à O.

O est le milieu de $[HH']$: on change le signe des deux coordonnées, $H'(7\,;\,-3{,}5)$.

Exemple 2. G est à 3 carreaux au-dessus d'un axe horizontal (d). Où est son symétrique G' ?

Sur la même colonne, à 3 carreaux au-dessous de (d) : $GG' = 6$ carreaux.

Attention — retournée en miroir = symétrie axiale ; tête en bas sans miroir = symétrie centrale.

Cas 2 · Reconnaître une translation

Réflexe — même orientation et même déplacement pour tous les points : translation ; je pense alors au parallélogramme.

Exemple. La translation qui transforme U en V transforme W en X. Quel quadrilatère est un parallélogramme ?

C'est la forme $ABM'M$ avec $A = U$, $B = V$, $M = W$, $M' = X$: $UVXW$ est un parallélogramme.

Attention — une figure retournée ou tête en bas n'est pas l'image par une translation.

Cas 3 · Construire l'image

Réflexe — déplacement = arrivée − départ, reporté à partir de chaque point ; pour un antécédent, je soustrais.

Exemple. La translation transforme $S(1\,;\,-2)$ en $S'(-3\,;\,2)$. Image de $T(2{,}5\,;\,0)$ et antécédent de $U'(-6\,;\,-1)$.

Déplacement : $-3-1=-4$ et $2-(-2)=4$.
$T'(2{,}5-4\,;\,0+4)$, soit $T'(-1{,}5\,;\,4)$. $U(-6+4\,;\,-1-4)$, soit $U(-2\,;\,-5)$.

Attention — on part de chaque point, jamais de B ; et on ne mélange pas les deux coordonnées.

Cas 4 · Utiliser les propriétés conservées

Réflexe — une mesure de l'image se lit sur la figure de départ ; je justifie par « Or une translation conserve . . . ».

Exemple. $J'K'L'$ est l'image de JKL par une translation, $JK = 5{,}9$ cm. Que dire de $[J'K']$?

Une translation conserve les longueurs et transforme une droite en une droite parallèle : $J'K' = 5{,}9$ cm et $(J'K') \parallel (JK)$.

Attention — conserver ne veut pas dire ne pas bouger : seules les mesures restent les mêmes.

Cas 5 · Frises et pavages

Réflexe — du p-ième au n-ième motif, il y a $n - p$ translations.

Exemple. Dans une frise, la translation mesure 3,5 cm. De combien le 9e motif est-il décalé par rapport au 2e ?

$9 - 2 = 7$ translations : $7 \times 3{,}5 = 24{,}5$ cm.

Attention — on mesure la translation de bord gauche à bord gauche, pas l'espace vide entre deux motifs.

Les pièges

- Écrire que $ABMM'$ est un parallélogramme : c'est $ABM'M$ (les flèches $A \to B$ et $M \to M'$ sont des côtés opposés).
- Reporter le déplacement à partir de B au lieu de le reporter à partir de chaque point de la figure.
- Calculer départ − arrivée : la translation qui transforme $A(2\,;\,1)$ en $B(5\,;\,-3)$ déplace de $+3$ et -4, pas de -3 et $+4$.
- Prendre une figure retournée ou tête en bas pour l'image par une translation : la translation garde l'orientation.
- Dans une frise, compter n translations du 1er au n-ième motif au lieu de $n - 1$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).