

Corrigé et barème – Translation et rotation

Deux transformations du plan : glisser une figure et la faire tourner (programme de 4e)

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4°

Exercice 1 – Translation dans un repère

(4 pts)

- a) $+5$ horizontalement, -3 verticalement. (1)
- b) $F'(5; -5,5)$; $G'(3,5; 0)$. (1)
- c) $H(4 - 5; -7 + 3) = H(-1; -4)$. (1)
- d) Parallélogramme : $[EE']$ et $[FF']$ sont parallèles et de même longueur (même déplacement). (1)

Le point clé — une translation ajoute le même déplacement à tous les points ; pour un antécédent, on applique le déplacement opposé.

Exercice 2 – Rotations et triangles

(4 pts)

- a) Un centre, un angle et un sens. (1)
- b) $OM = OM'$ et angle 60° : triangle équilatéral, donc $MM' = 4,5$ cm. (1)
- c) Rectangle isocèle en O ; $MM''^2 = 4,5^2 + 4,5^2 = 40,5$; $MM'' \approx 6,4$ cm. (1)
- d) Symétrie centrale : $A'(2,5; -6)$. (1)

Astuce — dans une rotation de centre O , le triangle OMM' est toujours isocèle en O : l'angle de rotation dit s'il est équilatéral (60°) ou rectangle (90°).

Exercice 3 – Vrai ou faux ?

(4 pts)

- a) Vrai : les longueurs et les angles sont conservés ; seule l'orientation change. (1)
- b) Faux : une translation est une isométrie, elle conserve les aires. (1)
- c) Faux : tous les points se déplacent de la longueur $AB \neq 0$; aucun point n'est invariant. (1)
- d) Vrai : longueurs conservées, et l'image du centre est le centre de l'image. (1)

À retenir — translation et rotation conservent longueurs, angles, aires, alignement et parallélisme ; seules la position et, pour la rotation, l'orientation changent.

Exercice 4 – Frises, rosaces et pavages

(4 pts)

- a) $360 \div 8 = 45^\circ$. (1)
- b) Il faut $150 \times n$ multiple de 360 : $n = 12$ ($1\,800^\circ = 5$ tours) ; $n = 2, 3, 4 \dots$ ne conviennent pas. (1)
- c) Le n -ième motif finit à $0,5 + 3,6(n - 1) + 2,8$; $n = 11$ donne $39,3$ cm ; $n = 12$ donne $42,9$ cm > 40 : 11 motifs. (1)
- d) $3 \times 108 = 324^\circ \neq 360^\circ$ et $4 \times 108 = 432^\circ > 360^\circ$; $3 \times 120 = 360^\circ$ exactement. (1)

Méthode — dans une rosace ou un pavage, tout se joue sur 360° : l'angle du motif doit être un diviseur de 360 pour que la figure se referme sans trou.

Exercice 5 – Prise d’initiative — les aiguilles de l’horloge*(4 pts)*

- a) Grande aiguille : 6° par minute ; petite aiguille : $30 \div 60 = 0,5^\circ$ par minute. (1)
- b) Petite : $3 \times 30 + 40 \times 0,5 = 110^\circ$; grande : $40 \times 6 = 240^\circ$; angle 130° . (1)
- c) Non : une rotation conserve les longueurs, or $8 \text{ cm} \neq 5 \text{ cm}$. (1)
- d) Après t min : $90 + 0,5t = 6t$, donc $5,5t = 90$ et $t \approx 16,36$ min : vers 15 h 16 min 22 s. (1)

Attention — la petite aiguille avance aussi entre deux heures : à 15 h 40 elle n’est plus sur le 3, elle a tourné de 20° supplémentaires.