

Corrigé et barème – Le théorème de Thalès (triangles emboîtés)

Configuration des triangles emboîtés, énoncé du théorème, calcul d'une longueur par égalité de rapports, rédaction, réciproque et applications (ombre, hauteur inaccessible) (programme de 4e)

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Reconnaître et écrire

(4 pts)

- a) DPQ (petit) et DEF (grand), sommet commun D . (1)
- b) $\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{PQ}{EF}$. (1)
- c) $3 \div 7,5 = 0,4$. (1)
- d) $[PQ]$ correspond au côté parallèle $[EF]$, pas à $[DF]$: $\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF}$. (1)

Repère — chaque rapport compare un côté du petit triangle au côté correspondant du grand : même droite pour deux d'entre eux, côtés parallèles pour le troisième.

Exercice 2 – Calculs de longueurs

(4 pts)

- a) $\frac{AM}{AB} = \frac{4,8}{8} = 0,6$. (1)
- b) Thalès : $\frac{AN}{6,5} = 0,6$, $AN = 3,9$ cm. (1)
- c) $\frac{4,2}{BC} = 0,6$, $BC = 4,2 \div 0,6 = 7$ cm. (1)
- d) $NC = 6,5 - 3,9 = 2,6$ cm. (1)

Le point clé — une fois le rapport de réduction connu, chaque longueur du petit triangle s'obtient en multipliant, chaque longueur du grand en divisant.

Exercice 3 – Attention aux données

(4 pts)

- a) $RS = RU + US = 10$ cm. (1)
- b) $\frac{6}{10} = \frac{4,8}{RT}$: $RT = 8$ cm. (1)
- c) $\frac{3,6}{ST} = 0,6$: $ST = 6$ cm. (1)
- d) $VT = 8 - 4,8 = 3,2$ cm. (1)

Attention — US n'entre jamais dans un rapport de Thalès : on reconstitue d'abord le côté entier $RS = RU + US$.

Exercice 4 – Réciproque et vrai-faux*(4 pts)*

- a) $\frac{3}{7,5} = 0,4$ et $\frac{2}{5} = 0,4$: oui, réciproque du théorème de Thalès. (1)
- b) $\frac{5}{12} \approx 0,417$ et $\frac{3}{7} \approx 0,429$: non, les rapports sont différents. (1)
- c) Vrai : le rapport $\frac{1}{3}$ s'applique aussi à $\frac{MN}{BC}$. (1)
- d) Faux : $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$; MB n'est pas un côté du petit triangle (par exemple $AM = 3$, $AB = 4$ donne $0,75 \neq 0,25$). (1)

Astuce — pour la réciproque, on calcule les deux rapports séparément et on compare ; un contre-exemple numérique suffit à réfuter une affirmation.

Exercice 5 – Problème — le toboggan*(4 pts)*

- a) Thalès dans ABC : $\frac{1,5}{4,5} = \frac{h}{2,7}$, $h = 0,9$ m. (1)
- b) Pythagore : $AC = \sqrt{4,5^2 + 2,7^2} = \sqrt{27,54} \approx 5,25$ m. (1)
- c) $\frac{d}{4,5} = \frac{1,8}{2,7}$, $d = 3$ m. (1)
- d) À 2 m de A : $h = \frac{2 \times 2,7}{4,5} = 1,2$ m $>$ 1 m : non conforme. (1)

À retenir — sur une rampe de pente constante, la hauteur est proportionnelle à la distance horizontale : c'est exactement le théorème de Thalès avec des poteaux parallèles.