Statistiques : moyenne pondérée et médiane

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Organisation et gestion de données)

La démarche pour étudier une série statistique

1. Je lis les données. Quel est le caractère ? Quelles sont les valeurs et leurs effectifs ? Je calcule l'effectif total N.

2. Je choisis l'indicateur. Une part du total : la fréquence. Une valeur « moyenne » : la moyenne (pondérée s'il y a des effectifs ou des coefficients). La valeur qui coupe la série en deux : la médiane. La dispersion : l'étendue.

3. Je calcule et je conclus par une phrase, avec l'unité, et je contrôle : fréquences qui font 1, moyenne entre la plus petite et la plus grande valeur.

Le réflexe — on divise par l'effectif total (ou la somme des coefficients) ; pour la médiane, on range toujours la série avant de chercher le milieu.

Cas 1 · Effectifs, fréquences et diagramme circulaire

Réflexe — fréquence = effectif ÷ effectif total ; angle = fréquence × 360°.

Exemple. Sur 32 élèves, 12 viennent à vélo. Fréquence et angle du secteur « vélo » ?

$12 \div 32 = 0{,}375$, soit $37{,}5\,\%$.

Angle : $0{,}375 \times 360 = 135$, donc $135°$.

Attention — on divise par l'effectif total, pas par l'effectif d'une autre valeur ; un angle n'est pas un effectif.

Cas 2 · Moyenne et valeur manquante (rappels de 5e)

Réflexe — moyenne = somme ÷ nombre de valeurs ; somme = moyenne × nombre de valeurs.

Exemple 1. Moyenne de 14 ; 7 ; 0 ; 11.

$(14 + 7 + 0 + 11) \div 4 = 32 \div 4 = 8$: le 0 compte comme une valeur.

Exemple 2. Quatre valeurs ont pour moyenne 15 ; trois d'entre elles sont 12, 18 et 16. Quelle est la quatrième ?

Somme : $15 \times 4 = 60$. Valeurs connues : $12 + 18 + 16 = 46$. Quatrième valeur : $60 - 46 = 14$.

Attention — les parenthèses avant de diviser ; la valeur manquante n'est pas la moyenne.

Cas 3 · Moyenne pondérée

Réflexe — chaque valeur × son effectif (ou coefficient), j'additionne, je divise par l'effectif total (ou la somme des coefficients).

Exemple. Notes : 9 (effectif 2), 12 (effectif 5), 15 (effectif 3). Moyenne ?

$N = 2 + 5 + 3 = 10$.

$(9 \times 2 + 12 \times 5 + 15 \times 3) \div 10 = (18 + 60 + 45) \div 10 = 123 \div 10 = 12{,}3$.

Attention — diviser par 3 (le nombre de notes différentes) au lieu de 10 est faux.

Cas 4 · Médiane

Réflexe — je range ; N impair $\to$ rang $(N+1) \div 2$; N pair $\to$ demi-somme des rangs $N \div 2$ et $N \div 2 + 1$.

Exemple 1. Médiane de 11 ; 4 ; 9 ; 6 ; 15 ; 8.

Rangée : 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 11 ; 15. $N = 6$: 3e et 4e valeurs.
Médiane : $(8+9) \div 2 = 8{,}5$.

Exemple 2. Valeurs 1 ; 2 ; 3 ; 4 d'effectifs 5 ; 9 ; 4 ; 3. Médiane ?

$N = 21$: rang $(21+1) \div 2 = 11$. Effectifs cumulés : 5 ; 14… Les rangs 6 à 14 valent 2.
Médiane : 2.

Attention — ranger d'abord ; dans un tableau, la médiane dépend des effectifs, pas de la place au milieu de la ligne.

Cas 5 · Étendue et choix d'un indicateur

Réflexe — étendue = max − min ; valeur extrême $\to$ je préfère la médiane pour décrire la série.

Exemple 1. Étendue de 3,2 ; 5,8 ; 4,1 ; 6,4.

$6{,}4 - 3{,}2 = 3{,}2$.

Exemple 2. Attentes (en min) à un guichet : 4 ; 6 ; 5 ; 3 ; 7 ; 41. Moyenne ou médiane ?

Moyenne : $66 \div 6 = 11$ min ; médiane : $(5+6) \div 2 = 5{,}5$ min.
L'attente de 41 min tire la moyenne : la médiane décrit mieux l'attente habituelle.

Attention — l'étendue est une différence, pas la plus grande valeur.

Les pièges

- Additionner les effectifs au lieu des valeurs : $3 + 8 + 12 + \ldots$ donne l'effectif total, pas une moyenne.
- Diviser par le nombre de valeurs différentes au lieu de l'effectif total dans une moyenne pondérée.
- Prendre la valeur du milieu d'une série qui n'est pas rangée.
- Confondre le rang de la médiane (par exemple 11) avec la médiane elle-même.
- Faire la moyenne de deux moyennes de groupes qui n'ont pas le même effectif.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).