Racine carrée : définition et carrés parfaits

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Nombres et calculs · Racine carrée)

La démarche pour trouver ou utiliser une racine carrée

1. Je vérifie le signe. $\sqrt{a}$ n'existe que si a est positif ou nul, et le résultat est toujours positif ou nul.

2. Je cherche un carré parfait. Si a est un carré parfait (ou un décimal qui en vient, comme 1,69 qui vient de 169), $\sqrt{a}$ se calcule exactement.

3. Sinon, j'encadre puis j'arrondis. J'encadre a entre deux carrés parfaits consécutifs ; la calculatrice donne ensuite une valeur approchée, écrite avec $\approx$.

4. Je vérifie en élevant ma réponse au carré.

Le réflexe — $\sqrt{}$a est le nombre positif dont le carré vaut a : on le trouve dans la table des carrés, et on le vérifie en le mettant au carré.

Cas 1 · Carrés et carrés parfaits (rappels de 5e)

Réflexe — j'écris le produit des deux facteurs égaux ; pour reconnaître un carré parfait, je le place entre deux carrés de la table.

Exemple 1. Calculer $1{,}4^2$ et 80^2.

$1{,}4^2 = 1{,}4 \times 1{,}4 = 1{,}96$ ($14 \times 14 = 196$, avec 2 chiffres après la virgule).
$80^2 = 80 \times 80 = 6\,400$ ($8^2 = 64$, suivi de deux zéros).

Exemple 2. 250 est-il un carré parfait ?

$15^2 = 225$ et $16^2 = 256$: $225 < 250 < 256$, et aucun entier n'est compris entre 15 et 16.
250 n'est pas un carré parfait.

Attention — a^2 n'est pas $a \times 2$, et le carré d'un nombre compris entre 0 et 1 est plus petit que lui.

Cas 2 · Calculer une racine carrée

Réflexe — je cherche le nombre positif qui, multiplié par lui-même, donne le nombre sous la racine ; je calcule d'abord tout ce qui est sous la barre.

Exemple 1. Calculer $\sqrt{121}$, $\sqrt{7{,}29}$ et $\sqrt{8\,100}$.

$\sqrt{121} = 11$, car $11^2 = 121$.
$\sqrt{7{,}29} = 2{,}7$, car $27^2 = 729$, donc $2{,}7^2 = 7{,}29$.
$\sqrt{8\,100} = 90$, car $90^2 = 8\,100$.

Exemple 2. Calculer $B = 4\sqrt{25} - \sqrt{169 - 144}$.

Sous la deuxième racine d'abord : $169 - 144 = 25$.
$B = 4 \times 5 - \sqrt{25} = 20 - 5 = 15$.

Attention — $\sqrt{a+b}$ n'est pas $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, et $\sqrt{a}$ n'est pas la moitié de a.

Cas 3 · Encadrer une racine carrée, valeur approchée

Réflexe — je cherche les deux carrés parfaits consécutifs qui entourent le nombre ; pour le dixième, j'essaie les carrés

des dixièmes.

Exemple. Encadrer $\sqrt{95}$ entre deux entiers consécutifs, puis au dixième, et en donner une valeur approchée au centième.

$81 < 95 < 100$, c'est-à-dire $9^2 < 95 < 10^2$, donc $9 < \sqrt{95} < 10$.
$9{,}7^2 = 94{,}09$ et $9{,}8^2 = 96{,}04$: $94{,}09 < 95 < 96{,}04$, donc $9{,}7 < \sqrt{95} < 9{,}8$.
Calculatrice : $\sqrt{95} \approx 9{,}75$.

Attention — une valeur approchée s'écrit avec $\approx$, jamais avec $=$; la valeur exacte reste $\sqrt{95}$.

Cas 4 · Racine carrée, aires et longueurs

Réflexe — une aire ou un carré de longueur $\rightarrow$ je prends la racine carrée ; j'arrondis seulement à la fin, avec l'unité.

Exemple 1. Un carré a une aire de 60 cm². Donner la longueur de son côté au centième.

Côté $= \sqrt{60}$ cm (valeur exacte). $49 < 60 < 64$: il est compris entre 7 cm et 8 cm.
Calculatrice : $\sqrt{60} \approx 7{,}75$ cm.

Exemple 2. Dans un triangle rectangle, le théorème de Pythagore donne $AC^2 = 52$ (longueurs en cm). Donner AC au dixième.

$AC = \sqrt{52}$ cm (une longueur est positive), soit $AC \approx 7{,}2$ cm.

Attention — un agrandissement de rapport k multiplie les aires par k^2 ; pour multiplier une aire par m, on multiplie les longueurs par $\sqrt{m}$.

Les pièges

- Écrire $\sqrt{100} = 50$: la racine carrée n'est pas la moitié ; $\sqrt{100} = 10$, car $10^2 = 100$.
- Écrire $\sqrt{81 + 144} = 9 + 12 = 21$: on calcule d'abord sous la racine, $\sqrt{225} = 15$.
- Écrire $\sqrt{0{,}01} = 0{,}01$ ou $0{,}001$: $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$, car $0{,}1^2 = 0{,}01$.
- Écrire $\sqrt{11} = 3{,}32$: c'est une valeur approchée, on écrit $\sqrt{11} \approx 3{,}32$.
- Écrire $\sqrt{-4} = -2$: $\sqrt{-4}$ n'existe pas ; c'est $-\sqrt{4}$ qui vaut -2.
- Croire qu'un agrandissement de rapport 2 double l'aire : il la multiplie par $2^2 = 4$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).