Corrigé et barème – Racine carrée : définition et carrés parfaits

Rappels de 5e (carré d'un nombre, carrés parfaits de 1 à 144), définition de la racine carrée d'un nombre positif, racines carrées des carrés parfaits et de nombres décimaux, calculs avec des racines carrées, encadrement entre deux entiers consécutifs, valeur approchée à la calculatrice, racine carrée et aires, agrandissement-réduction et théorème de Pythagore.

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4e

Exercice 1 – Carrés et carrés parfaits ★★ *(4 pts)*

a) $24^2 = 576$; $0{,}13^2 = 0{,}0169$ ($13 \times 13 = 169$, avec 4 chiffres après la virgule) ; $300^2 = 90\,000$ (1)

b) $100 = 10^2$ et $144 = 12^2$. Les autres ne sont pas des carrés parfaits : $81 < 96 < 100$, $121 < 125 < 144$ et $144 < 160 < 169$ (1)

c) Son chiffre des unités est 3 ; or le chiffre des unités d'un carré parfait n'est jamais 2, 3, 7 ou 8 (1)

d) $5{,}5^2 = 5{,}5 \times 5{,}5 = 30{,}25$ m^2 (1)

Repère — Pour reconnaître un carré parfait, on le place entre deux carrés de la table ; un chiffre des unités 2, 3, 7 ou 8 l'exclut tout de suite.

Exercice 2 – Racines carrées ★★ *(4 pts)*

a) $\sqrt{0{,}0121} = 0{,}11$ car $0{,}11^2 = 0{,}0121$; $\sqrt{5{,}76} = 2{,}4$ car $2{,}4^2 = 5{,}76$; $\sqrt{250\,000} = 500$ car $500^2 = 250\,000$ (1)

b) On calcule d'abord sous la racine : $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$. La racine carrée d'une somme n'est pas la somme des racines carrées (1)

c) Non : $(-9)^2 = 81$, pas -81, et aucun carré n'est négatif ; $\sqrt{-81}$ n'existe pas. C'est $-\sqrt{81}$ qui vaut -9 (1)

d) $2\sqrt{144} = 2 \times 12 = 24$ et $\sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$: $A = 24 - 4 = 20$ (1)

Méthode — On cherche le nombre positif dont le carré est le nombre sous la racine, après avoir calculé tout ce qui est sous la barre ; on vérifie en élevant au carré.

Exercice 3 – Encadrer et arrondir ★★ *(4 pts)*

a) $144 < 150 < 169$, c'est-à-dire $12^2 < 150 < 13^2$, donc $12 < \sqrt{150} < 13$ (1)

b) $12{,}2^2 = 148{,}84$ et $12{,}3^2 = 151{,}29$: $148{,}84 < 150 < 151{,}29$, donc $12{,}2 < \sqrt{150} < 12{,}3$ (1)

c) La calculatrice affiche $12{,}247\,4\ldots$: $\sqrt{150} \approx 12{,}25$ (1)

d) $8{,}2^2 = 67{,}24$ et $66 < 67{,}24 < 69$. Les racines carrées sont rangées dans le même ordre que les nombres : $\sqrt{66} < 8{,}2 < \sqrt{69}$ (1)

Méthode — Encadrer $\sqrt{a}$, c'est encadrer a par des carrés : on essaie les entiers, puis les dixièmes.

Exercice 4 – Aires et agrandissements ★★★ *(4 pts)*

a) Côté $= \sqrt{1\,225} = 35$ m, car $35^2 = 1\,225$ (1)

b) Côté $= \sqrt{85}$ cm ; $81 < 85 < 100$, donc $9 < \sqrt{85} < 10$. Calculatrice : $\sqrt{85} \approx 9{,}2$ cm (1)

c) Les aires sont multipliées par $4^2 = 16$: $15 \times 16 = 240$ cm^2 (1)

d) Il faut $k^2 = 8$, donc $k = \sqrt{8}$ (valeur exacte), soit $k \approx 2{,}83$ (1)

Le point clé — Une aire se ramène à une longueur par une racine carrée ; un agrandissement de rapport k multiplie les aires par k^2.

Exercice 5 – Problème — la place piétonne ★★★ *(4 pts)*

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 576 + 100 = 676$, donc $BC = \sqrt{676} = 26$ m (car $26^2 = 676$) (1)

b) $24 + 10 + 26 = 60$ m (1)

c) Aire : $\dfrac{24 \times 10}{2} = 120$ m^2. Côté du carré : $\sqrt{120}$ m ; $100 < 120 < 121$, donc $10 < \sqrt{120} < 11$ (1)

d) Calculatrice : $\sqrt{120} \approx 10{,}95$, soit $11{,}0$ m au dixième (1)

Méthode — On garde la valeur exacte ($\sqrt{120}$), on l'encadre pour contrôler l'ordre de grandeur, puis on arrondit à la fin.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).