

Corrigé et barème – Le théorème de Pythagore

Calculer une longueur dans un triangle rectangle et démontrer qu'un triangle est rectangle (programme de 4e)

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Calculs de longueurs

(4 pts)

- a) $BC^2 = 31,36 + 10,89 = 42,25$; $BC = 6,5$ cm. (1)
- b) $EF^2 = 94,09 - 51,84 = 42,25$; $EF = 6,5$ cm. (1)
- c) $GI^2 = 16 + 49 = 65$; $GI = \sqrt{65}$ cm $\approx 8,06$ cm. (1)
- d) $[KM]$ est l'hypoténuse : $LM^2 = 26^2 - 10^2 = 576$; $LM = 24$ cm. (1)

Erreur fréquente — on repère d'abord l'hypoténuse (opposée à l'angle droit) : elle est seule d'un côté de l'égalité, et on soustrait pour trouver un côté de l'angle droit.

Exercice 2 – Rectangle ou pas ?

(4 pts)

- a) $PR^2 = 72,25$; $PQ^2 + QR^2 = 26,01 + 46,24 = 72,25$; égalité vérifiée : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, PQR est rectangle. (1)
- b) En Q , sommet opposé au plus grand côté $[PR]$. (1)
- c) $SU^2 = 129,96$; $ST^2 + TU^2 = 49 + 81 = 130$; $129,96 \neq 130$: d'après la contraposée, STU n'est pas rectangle. (1)
- d) L'égalité doit être exacte ; une différence, même minime, prouve que l'angle n'est pas droit. (1)

Méthode — on calcule séparément le carré du plus grand côté et la somme des deux autres carrés, puis on compare et on conclut avec la réciproque ou la contraposée.

Exercice 3 – Situations concrètes

(4 pts)

- a) $3,2^2 + 1,5^2 = 10,24 + 2,25 = 12,49$; longueur $\sqrt{12,49} \approx 3,53$ m. (1)
- b) Diagonale : $2,04^2 + 0,8^2 = 4,8016$; $\sqrt{4,8016} \approx 2,19$ m $> 2,15$ m : oui, il passe. (1)
- c) $120^2 + 35^2 = 15\,625$; 125 m. (1)
- d) 48 m ; $52^2 - 48^2 = 400$; hauteur 20 m. (1)

Attention — avant tout calcul, on met toutes les longueurs dans la même unité et on identifie qui joue le rôle de l'hypoténuse.

Exercice 4 – Figures composées

(4 pts)

- a) Demi-diagonales 4,8 et 2 : $23,04 + 4 = 27,04$; côté 5,2 cm. (1)
- b) $4 \times 5,2 = 20,8$ cm. (1)
- c) $BH = 1,1$ cm ; $AH^2 = 37,21 - 1,21 = 36$; $AH = 6$ cm. (1)
- d) $2,2 \times 6 \div 2 = 6,6$ cm². (1)

Le point clé — dans une figure, on cherche le triangle rectangle caché : demi-diagonales d'un losange, hauteur d'un triangle isocèle qui coupe la base en son milieu.

Exercice 5 – Prise d’initiative — le raccourci du parc*(4 pts)*

- a) ADM rectangle en D : $AM^2 = 80^2 + 60^2 = 10\,000$; $AM = 100$ m. (1)
- b) $MC = 150 - 60 = 90$ m ; trajet $100 + 90 = 190$ m contre $80 + 150 = 230$ m : 40 m de moins. (1)
- c) $190 \div 1,5 \approx 126,7$ s, soit environ 2 min 7 s. (1)
- d) $DM^2 = 170^2 - 80^2 = 28\,900 - 6\,400 = 22\,500$; $DM = 150$ m : M est confondu avec C . (1)

Astuce — un schéma codé avec les longueurs connues permet de voir immédiatement quel triangle rectangle utiliser et dans quel sens appliquer le théorème.