Puissances : exposant positif et puissances de 10

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Nombres et calculs · Puissances)

La démarche pour tout calcul avec des puissances

1. Je reviens à la définition. a^n est le produit de n facteurs égaux à a ; $a^1 = a$ et $a^0 = 1$.

2. Je regarde la base et le signe. Y a-t-il des parenthèses ? L'exposant est-il pair ou impair ? Est-ce la même base partout ?

3. Je calcule dans l'ordre : parenthèses, puissances, $\times$ et $\div$, $+$ et $-$; pour une même base, je compte les facteurs ; pour 10^n, je compte les zéros ou les rangs.

4. Je contrôle : le signe, le nombre de chiffres après la virgule, l'unité.

Le réflexe — l'exposant compte des facteurs : il ne multiplie jamais la base, et un exposant négatif ne rend pas le nombre négatif.

Cas 1 · Rappels de 5e : carré, cube et priorités

Réflexe — parenthèses, puis puissances, puis $\times$ et $\div$, puis $+$ et $-$; l'exposant ne porte que sur ce qu'il touche.

Exemple. Calculer $C = 2 \times (7 - 4)^2 + 3^3$.

$C = 2 \times 3^2 + 3^3$ (parenthèse)

$C = 2 \times 9 + 27$ (puissances)

$C = 18 + 27 = 45$

Attention — le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés, et $0{,}5^2 = 0{,}25$ est plus petit que $0{,}5$.

Cas 2 · Puissance d'un nombre : a^n, a^1 et a^0

Réflexe — je compte les facteurs égaux ; base négative entre parenthèses : exposant pair → positif, impair → négatif.

Exemple. Écrire $0{,}3 \times 0{,}3 \times 0{,}3 \times 0{,}3$ sous forme de puissance ; calculer $(-0{,}1)^3$ et $(-0{,}1)^4$.

Quatre facteurs égaux à $0{,}3$: $0{,}3^4$.

$(-0{,}1)^3 = -0{,}001$ (exposant impair) et $(-0{,}1)^4 = 0{,}0001$ (exposant pair).

Attention — $-20^2 = -400$: sans parenthèses, le signe moins reste devant ; seul $(-20)^2$ vaut 400.

Cas 3 · Produits et quotients de puissances d'un même nombre

Réflexe — même base : produit → j'ajoute les nombres de facteurs ; quotient → je simplifie ; puissance d'une puissance → je multiplie.

Exemple. Écrire $\dfrac{6^3 \times 6^5}{6^4}$ sous la forme d'une puissance de 6.

Au numérateur : $3 + 5 = 8$ facteurs, soit 6^8.

On simplifie 4 facteurs : $\dfrac{6^8}{6^4} = 6^4 = 1\,296$.

Attention — une somme ne se regroupe pas : $5^2 + 5^3 = 25 + 125 = 150$, ce n'est pas 5^5.

Cas 4 · Puissances de 10 : exposant positif ou négatif

Réflexe — exposant positif → le 1 suivi de n zéros ; exposant négatif → n chiffres après la virgule, le dernier étant le

1.

Exemple. Écrire 10^{-6} en écriture décimale et $10\,000\,000\,000$ sous forme de puissance de 10.

$10^{-6} = 0{,}000\,001$ (6 chiffres après la virgule).
$10\,000\,000\,000$: le 1 est suivi de 10 zéros, c'est 10^{10}.

Attention — $10^{-2} = 0{,}01$, un nombre positif : ni -100, ni -20.

Cas 5 · Calculer avec les puissances de 10

Réflexe — multiplier par 10^n : la virgule se décale de n rangs, vers la droite si $n > 0$, vers la gauche si $n < 0$.

Exemple. Calculer $0{,}57 \times 10^4$ et 83×10^{-5}, puis $\dfrac{10^8 \times 10^{-5}}{10^4}$.

$0{,}57 \times 10^4 = 5\,700$ et $83 \times 10^{-5} = 0{,}000\,83$.
$10^8 \times 10^{-5} = 10^3$ $(8 - 5 = 3)$, puis $\dfrac{10^3}{10^4} = 10^{-1} = 0{,}1$ $(3 - 4 = -1)$.

Attention — $10^3 \times 10^2 = 10^5$, pas 10^6 : on compte les zéros, on ne multiplie pas les exposants.

Cas 6 · Les préfixes de nano à giga

Réflexe — je remplace le préfixe par sa puissance de 10 (G 10^9, M 10^6, k 10^3, m 10^{-3}, µ 10^{-6}, n 10^{-9}), puis je décale la virgule.

Exemple. Convertir 48 µm en m et 0,6 GW en W.

$48\ \mu\text{m} = 48 \times 10^{-6}\ \text{m} = 0{,}000\,048\ \text{m}$.
$0{,}6\ \text{GW} = 0{,}6 \times 10^9\ \text{W} = 600\,000\,000\ \text{W}$.

Attention — m (milli) et M (méga) ne se confondent pas ; micro vaut 10^{-6}.

Les pièges

- $6^2 = 12$: faux, $6^2 = 6 \times 6 = 36$; l'exposant compte les facteurs.
- $-13^2 = 169$: faux, $-13^2 = -169$; seul $(-13)^2$ vaut 169.
- $3^4 \times 3^2 = 3^8$ ou 9^6 : faux, c'est 3^6 $(4 + 2 = 6$ facteurs égaux à 3).
- $10^{-2} = -100$: faux, $10^{-2} = 0{,}01$.
- $4^0 = 0$: faux, $4^0 = 1$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).