Proportionnalité : quatrième proportionnelle et graphique

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Organisation et gestion de données · Proportionnalité)

La démarche pour résoudre un problème de proportionnalité

1. Je vérifie que la situation est proportionnelle : quotients tous égaux, pas de montant fixe, droite qui passe par l'origine.

2. Je range les données dans un tableau, les grandeurs de même nature sur la même ligne, avec leurs unités.

3. Je choisis l'outil : coefficient, passage à l'unité, linéarité ou produit en croix ; coefficient multiplicateur pour une hausse ou une baisse ; échelle $1/n$ pour un plan.

4. Je contrôle l'ordre de grandeur, puis je réponds par une phrase, avec l'unité.

Le réflexe — un tableau bien rangé et le bon outil ; on contrôle le résultat en refaisant le calcul dans l'autre sens.

Cas 1 · Rappels de 5e : reconnaître et compléter un tableau

Réflexe — je calcule le quotient « 2e ligne ÷ 1re ligne » dans toutes les colonnes ; pour compléter, je cherche un double, une somme ou une différence de colonnes, sinon je passe par l'unité.

Exemple 1. Le tableau $2{,}5 \to 9$; $4 \to 14{,}4$; $6 \to 21{,}6$ est-il un tableau de proportionnalité ?

$9 \div 2{,}5 = 3{,}6$; $14{,}4 \div 4 = 3{,}6$; $21{,}6 \div 6 = 3{,}6$.
Les quotients sont égaux : oui, de coefficient 3,6.

Exemple 2. 4 kg coûtent 10 € et 6 kg coûtent 15 €. Prix de 10 kg ? de 2 kg ?

$10 = 4 + 6$: $10 + 15 = 25$ €.
$2 = 6 - 4$: $15 - 10 = 5$ €.

Attention — un montant fixe empêche la proportionnalité ; on n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes.

Cas 2 · Quatrième proportionnelle, produit en croix et ratio

Réflexe — dans un tableau de proportionnalité à deux colonnes, je multiplie les deux nombres de la diagonale complète et je divise par le troisième.

Exemple 1. Tableau de proportionnalité : $12 \to 15$ et $20 \to x$. Calculer x.

$12 \times x = 15 \times 20$, donc $x = 15 \times 20 \div 12 = 300 \div 12 = 25$.

Exemple 2. Partager 63 € dans le ratio 4 : 3.

$4 + 3 = 7$ parts ; une part vaut $63 \div 7 = 9$ €.
$4 \times 9 = 36$ € et $3 \times 9 = 27$ €.

Attention — les valeurs de même nature vont sur la même ligne ; dans le ratio 4 : 3, la première part vaut $\frac{4}{7}$ du total, pas $\frac{4}{3}$.

Cas 3 · Représentation graphique

Réflexe — je vérifie deux choses : une droite (des points alignés) et le passage par l'origine ; le coefficient est l'ordonnée du point d'abscisse 1.

Exemple 1. Les points (3 ; 4,5), (5 ; 7,5) et (8 ; 12) sont-ils alignés avec l'origine ?

$4{,}5 \div 3 = 1{,}5$; $7{,}5 \div 5 = 1{,}5$; $12 \div 8 = 1{,}5$: oui, sur la droite de coefficient 1,5.

Exemple 2. Une droite passe par l'origine et par $(4\,;\,10)$. Ordonnée de son point d'abscisse 7 ?

Coefficient : $10 \div 4 = 2{,}5$. Ordonnée : $7 \times 2{,}5 = 17{,}5$.

Attention — une droite qui ne passe pas par l'origine, ou une courbe, ne représente pas une proportionnalité.

Cas 4 · Pourcentages : appliquer, augmenter, diminuer

Réflexe — hausse de $t\,\%$: $\times \left(1 + \dfrac{t}{100}\right)$; baisse de $t\,\%$: $\times \left(1 - \dfrac{t}{100}\right)$; pour remonter, je divise par le coefficient.

Exemple 1. Un vélo à 450 € baisse de 12 %. Nouveau prix ?

Coefficient : $1 - 0{,}12 = 0{,}88$. Prix : $450 \times 0{,}88 = 396$ €.

Exemple 2. Après une baisse de 25 %, un jeu coûte 36 €. Prix de départ ?

$36 \div 0{,}75 = 48$ € (contrôle : $48 \times 0{,}75 = 36$).

Exemple 3. Deux hausses successives de 10 % ?

$1{,}1 \times 1{,}1 = 1{,}21$: une hausse de 21 %, et non de 20 %.

Attention — on divise par le coefficient pour remonter au départ ; deux pourcentages successifs ne s'additionnent pas.

Cas 5 · Échelles

Réflexe — à l'échelle $1/n$: réel = plan $\times\, n$ et plan = réel $\div\, n$, les deux longueurs en cm.

Exemple 1. Carte à l'échelle $1/50\,000$: 4,6 cm sur la carte représentent ?

$4{,}6 \times 50\,000 = 230\,000$ cm $= 2\,300$ m $= 2{,}3$ km.

Exemple 2. 8 cm représentent 2 km. Quelle est l'échelle ?

2 km $= 200\,000$ cm et $200\,000 \div 8 = 25\,000$: échelle $1/25\,000$.

Attention — 1 km $= 100\,000$ cm ; les aires sont multipliées par $n \times n$, pas par n.

Les pièges

- Croire qu'un tarif avec abonnement est proportionnel : pour 0 séance, on paie déjà l'abonnement.
- Ranger sur une même ligne des valeurs de natures différentes : le produit en croix donne alors un résultat faux.
- Lire « hausse de 5 % » comme $\times\, 1{,}5$: c'est $\times\, 1{,}05$.
- Retirer 20 % pour annuler une hausse de 20 % : 100 € + 20 % donne 120 €, et $120 \times 0{,}8 = 96$ €.
- Multiplier une aire par n à l'échelle $1/n$: elle est multipliée par $n \times n$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).