Probabilités : événement contraire et issues non équiprobables

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Organisation et gestion de données · Probabilités)

La démarche pour calculer une probabilité

1. Je liste les issues (ou je fais le tableau à double entrée) et je me demande si elles ont toutes la même chance.

2. Je choisis l'outil. Même chance : favorables ÷ total. Chances différentes : le tableau des probabilités. « Ne pas » ou trop d'issues : le contraire, $1 - P(A)$. « A ou B » : incompatibles, j'additionne ; sinon, je compte les issues.

3. Je contrôle : le résultat est entre 0 et 1 ; je simplifie, et j'écris en décimal ou en pourcentage si on le demande.

Le réflexe — tout part de la liste des issues : je cherche d'abord si elles ont la même chance, puis je choisis la règle.

Cas 1 · Rappels de 5e : équiprobabilité

Réflexe — même chance pour toutes les issues : $P(A) = \dfrac{\text{issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$, puis je simplifie.

Exemple 1. Un sac contient 24 jetons numérotés de 1 à 24. Probabilité de tirer un multiple de 5 ?

Issues favorables : 5, 10, 15, 20, soit 4 sur 24.

$P = \dfrac{4}{24} = \dfrac{1}{6}$.

Exemple 2. On lance une pièce, puis on fait tourner une roue à 4 secteurs égaux numérotés de 1 à 4. Probabilité de « pile et un nombre au moins égal à 3 » ?

Tableau : 2 lignes (P, F) et 4 colonnes, soit 8 cases de même chance. Cases favorables : P3 et P4.

$P = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$.

Attention — le dénominateur est le nombre total d'issues ; dans un tableau, P3 et F3 sont deux cases différentes.

Cas 2 · Événement contraire

Réflexe — « ne pas », « aucun » ou trop d'issues à compter : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Exemple 1. Une loterie compte 60 billets, dont 9 gagnants. Probabilité de perdre ?

« Perdre » est le contraire de « gagner » : $P(\text{perdre}) = 1 - \dfrac{9}{60} = \dfrac{51}{60} = \dfrac{17}{20} = 0{,}85$.

Exemple 2. Roue à 12 secteurs égaux numérotés de 1 à 12 : contraire de « obtenir au plus 9 », et probabilité de « obtenir au plus 9 » ?

Le contraire est « obtenir au moins 10 » : 10, 11, 12, soit $\dfrac{3}{12}$.

$P(\text{au plus 9}) = 1 - \dfrac{3}{12} = \dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4}$.

Attention — le contraire de « au plus 9 » est « au moins 10 », pas « au moins 9 ».

Cas 3 · Événements incompatibles

Réflexe — aucune issue commune : j'additionne les probabilités ; sinon, je compte les issues de « A ou B » une seule

fois chacune.

Exemple 1. Jetons de 1 à 30. A : « multiple de 10 », B : « nombre inférieur à 4 ». Probabilité de « A ou B » ?

A : 10, 20, 30 ; B : 1, 2, 3. Aucune issue commune : incompatibles.
$P(A \text{ ou } B) = \dfrac{3}{30} + \dfrac{3}{30} = \dfrac{6}{30} = \dfrac{1}{5}$.

Exemple 2. Dé à 10 faces numérotées de 1 à 10 : probabilité de « obtenir au moins 7 ou un nombre pair » ?

Au moins 7 : 7, 8, 9, 10 ; pairs : 2, 4, 6, 8, 10. Le 8 et le 10 sont communs : $4 + 5 - 2 = 7$ issues.
$P = \dfrac{7}{10}$.

Attention — additionner $\dfrac{4}{10}$ et $\dfrac{5}{10}$ compterait deux fois le 8 et le 10.

Cas 4 · Issues non équiprobables

Réflexe — tableau des probabilités : la somme vaut 1 ; un événement = somme des probabilités de ses issues ; un secteur = angle ÷ 360°.

Exemple 1. Dé truqué : $P(1) = P(2) = P(3) = 0{,}1$, $P(4) = 0{,}15$, $P(5) = 0{,}2$. Calculer $P(6)$, puis $P(\text{pair})$.

$P(6) = 1 - (0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}15 + 0{,}2) = 1 - 0{,}65 = 0{,}35$.
$P(\text{pair}) = P(2) + P(4) + P(6) = 0{,}1 + 0{,}15 + 0{,}35 = 0{,}6$.

Exemple 2. Sur une roue, un secteur mesure 72°. Probabilité de tomber dessus ?

$P = \dfrac{72}{360} = \dfrac{1}{5} = 0{,}2$.

Attention — six faces ne veulent pas dire $\dfrac{1}{6}$ chacune quand le dé est truqué.

Cas 5 · Fréquence et probabilité

Réflexe — fréquence = nombre de réalisations ÷ nombre d'essais ; nombre attendu ≈ nombre d'essais × probabilité.

Exemple. Sur 400 tirs au but, un joueur marque 296 fois. Fréquence de réussite ? Combien de buts environ sur 50 tirs ?

$f = \dfrac{296}{400} = 0{,}74$. On estime la probabilité de marquer à 0,74.
Sur 50 tirs : $50 \times 0{,}74 = 37$ buts environ.

Attention — une fréquence sur peu d'essais n'est qu'une indication, pas la probabilité.

Les pièges

- Diviser par les issues défavorables : avec 3 billets gagnants sur 10, $P(\text{gagner}) = \dfrac{3}{10}$, pas $\dfrac{3}{7}$.
- Avec un dé, prendre « au plus 2 » pour le contraire de « au moins 2 » : ce contraire est « obtenir 1 ».
- Additionner $P(\text{roi})$ et $P(\text{cœur})$: le roi de cœur serait compté deux fois.
- Croire que trois couleurs donnent $\dfrac{1}{3}$ chacune sur une roue à secteurs inégaux.
- Croire qu'après une série de « pile », « face » devient plus probable.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).