Fonctions : tableau, formule, graphique

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Organisation et gestion de données, fonctions)

La démarche pour étudier une grandeur en fonction d'une autre

1. Je repère la grandeur de départ (celle qu'on choisit, en abscisse, sur la première ligne du tableau) et celle qui en dépend.

2. Pour une image, je pars du nombre de départ : je remplace dans la formule, je lis la colonne, ou je monte jusqu'à la courbe.

3. Pour un antécédent, je pars du résultat : je résous ou je défais à l'envers, je lis de bas en haut, ou je vais horizontalement jusqu'à la courbe ; je cherche tous les antécédents.

4. Je vérifie en calculant l'image du nombre trouvé, et je réponds par une phrase avec l'unité.

Le réflexe — image = résultat (une seule) ; antécédent = nombre de départ (aucun, un ou plusieurs) ; une lecture graphique est approchée.

Cas 1 · Rappels : formule, question inverse, graphique

Réflexe — je remplace la lettre et je respecte les priorités ; pour la question inverse, je défais les opérations à l'envers, puis je vérifie.

Exemple. Un plombier facture 40 € de déplacement, puis 35 € par heure : $P = 40 + 35 \times h$. Prix pour 3 h ? Durée pour 215 € ?

$P = 40 + 35 \times 3 = 40 + 105 = 145$: 3 h coûtent 145 €.

$215 - 40 = 175$, puis $175 \div 35 = 5$: 5 h. Vérification : $40 + 35 \times 5 = 215$ ✓

Attention — pour 0 h, on paie déjà 40 € : les points sont alignés, mais pas avec l'origine, ce n'est pas une proportionnalité.

Cas 2 · Produire une formule

Réflexe — je fais le calcul avec un nombre simple, je remplace ce nombre par la lettre, puis je contrôle avec une autre valeur.

Exemple. Un rectangle mesure x cm sur $(x + 5)$ cm. Écrire son périmètre en fonction de x.

Avec $x = 2$: $2 \times (2 + 7) = 18$. Donc $P = 2 \times (x + x + 5) = 4x + 10$.

Contrôle avec $x = 2$: $4 \times 2 + 10 = 18$ ✓

Attention — $2x$ n'est pas x^2, et les parenthèses comptent : $(x + 5) \times 2$ n'est pas $x + 5 \times 2$.

Cas 3 · Image et antécédent par le calcul

Réflexe — « image de » : je remplace ; « antécédent de » : je résous une équation (ou je défais à l'envers), puis je vérifie.

Exemple 1. Avec $y = 5x + 2$: image de -3 ? antécédent de 32 ?

Image de -3 : $5 \times (-3) + 2 = -15 + 2 = -13$.

Antécédent de 32 : $5x + 2 = 32$, donc $5x = 30$, donc $x = 6$. Vérification : $5 \times 6 + 2 = 32$ ✓

Exemple 2. Avec $y = x^2 - 1$: antécédents de 15 ?

Il faut $x^2 = 16$: $4^2 = 16$ et $(-4)^2 = 16$. Le nombre 15 a deux antécédents, 4 et -4.

Attention — un nombre peut avoir plusieurs antécédents (ou aucun : avec $x^2 - 1$, le nombre -5 demanderait $x^2 = -4$, impossible).

Cas 4 · Le tableau de valeurs

Réflexe — une colonne = un calcul ; de haut en bas je lis une image, de bas en haut les antécédents, sur toute la ligne.

Exemple. Tableau de $y = 3 - x^2$ pour $x = -2\ ;\ -1\ ;\ 0\ ;\ 1\ ;\ 2$. Antécédents de 2 ?

$(-2)^2 = 4$, donc $3 - 4 = -1$; $(-1)^2 = 1$, donc $3 - 1 = 2$; $3 - 0 = 3$; $3 - 1 = 2$; $3 - 4 = -1$.
Deuxième ligne : $-1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 2\ ;\ -1$. Le nombre 2 a deux antécédents dans le tableau : -1 et 1.

Attention — au tableur, la formule commence par $=$ et utilise le nom de la cellule ($= 3 - B1 * B1$), puis on la recopie vers la droite.

Cas 5 · La représentation graphique

Réflexe — image : je pars de l'axe des abscisses, je monte jusqu'à la courbe, je lis l'ordonnée ; antécédents : je pars de l'axe des ordonnées et je lis l'abscisse de chaque point rencontré.

Exemple. Sur une courbe, on lit les points $(-1\ ;\ 4)$, $(1\ ;\ 0)$ et $(3\ ;\ 4)$; aucun autre point de la courbe n'a pour ordonnée 4. Image de 1 ? Antécédents de 4 ?

Le point d'abscisse 1 a pour ordonnée 0 : l'image de 1 est 0.
L'horizontale d'ordonnée 4 coupe la courbe en $(-1\ ;\ 4)$ et $(3\ ;\ 4)$: les antécédents de 4 sont -1 et 3.

Attention — ne pas inverser les axes, et donner une lecture graphique comme une valeur approchée (« environ »).

Les pièges

- Inverser image et antécédent : si 4 donne 11, alors 11 est l'image de 4, et 4 est un antécédent de 11.
- Oublier les parenthèses avec un nombre négatif : $(-3)^2 = 9$, alors que $-3^2 = -9$.
- S'arrêter au premier antécédent : dans un tableau ou sur une courbe, un nombre peut en avoir plusieurs.
- Confondre $2x$ et x^2 : pour $x = 6$, $2x = 12$ mais $x^2 = 36$.
- Lire l'image sur l'axe des abscisses : l'image est une ordonnée.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).