

Devoir surveillé – Nombres premiers et décomposition en facteurs premiers

Définition d'un nombre premier, crible d'Ératosthène, test de primalité, décomposition en produit de facteurs premiers et fractions égales (programme de 4e)

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Premier ou non ? (4 pts)

Pour chaque nombre, dis s'il est premier et justifie (divisions testées ou décomposition).

- a) 87
- b) 89
- c) 91
- d) 1 et 2 : lequel est premier ? Explique pour chacun.

Exercice 2 – Décompositions (4 pts)

Décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers, avec des exposants.

- a) 90
- b) 168
- c) 225
- d) 1 000

Exercice 3 – Calculs avec des décompositions (4 pts)

- a) Calcule le nombre $2^3 \times 3 \times 5^2$.
- b) On sait que $36 = 2^2 \times 3^2$. Donne la décomposition de 36^2 sans calculer 36^2 .
- c) Parmi $2 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3 \times 7$ et $2^2 \times 3^2 \times 5$, lequel est un multiple de 10 sans être un multiple de 4 ? Justifie.
- d) Décompose 5 040 en produit de facteurs premiers.

Exercice 4 – Fractions égales (4 pts)

- a) Rends irréductible $\frac{210}{252}$ en utilisant les décompositions.
- b) Rends irréductible $\frac{495}{561}$.
- c) Écris une fraction égale à $\frac{7}{12}$ dont le dénominateur est 180.
- d) Emma affirme que $\frac{51}{85}$ est irréductible « parce que 51 et 85 n'ont pas de diviseur évident ». A-t-elle raison ? Justifie.

Exercice 5 – Problème — les sachets du confiseur*(4 pts)*

Un confiseur dispose de 360 sucettes et de 300 caramels. Il veut préparer des sachets tous identiques (même nombre de sucettes et même nombre de caramels dans chaque sachet), en utilisant toutes les confiseries.

- a) Décompose 360 et 300 en produits de facteurs premiers.
- b) Quel est le plus grand nombre de sachets qu'il peut préparer ? Justifie à l'aide des décompositions.
- c) Dans ce cas, combien de sucettes et combien de caramels contient chaque sachet ?
- d) Peut-il préparer exactement 45 sachets ? Justifie.

Bon courage !