Fractions : multiplier, inverse et diviser

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Nombres et calculs · Nombres rationnels)

La démarche pour calculer avec des fractions

1. Je repère l'opération et les priorités. Parenthèses, puis $\times$ et $\div$ de gauche à droite, puis $+$ et $-$.

2. Je fixe le signe d'un produit ou d'un quotient avec la règle des signes.

3. Je calcule. $\times$: numérateurs entre eux, dénominateurs entre eux, en simplifiant avant. $\div$: je multiplie par l'inverse de la fraction diviseur. $+$ et $-$: au même dénominateur.

4. Je simplifie le résultat et je contrôle (un nombre fois son inverse doit donner 1).

Le réflexe — on ne cherche un dénominateur commun que pour additionner ou soustraire ; pour diviser, on multiplie par l'inverse.

Cas 1 · Rappels de 5e : fraction $\times$ entier, fraction d'une quantité

Réflexe — fois un entier, je multiplie seulement le numérateur ; « les $\frac{a}{b}$ de », je divise par b puis je multiplie par a.

Exemple 1. Calculer $8 \times \frac{5}{12}$.

$8 \times \frac{5}{12} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}$ (je garde 12, puis je divise par 4).

Exemple 2. Calculer les $\frac{3}{7}$ de 56 €.

$56 \div 7 = 8$, puis $8 \times 3 = 24$: cela fait 24 €. C'est aussi $\frac{3}{7} \times 56$.

Attention — le dénominateur ne se multiplie pas par l'entier : $8 \times \frac{5}{12}$ ne vaut pas $\frac{40}{96}$.

Cas 2 · Multiplier des fractions

Réflexe — signe d'abord ; numérateurs entre eux, dénominateurs entre eux, sur une seule barre ; je simplifie avant de multiplier.

Exemple 1. Calculer $\frac{6}{35} \times \frac{14}{9}$.

$\frac{6 \times 14}{35 \times 9} = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 7}{5 \times 7 \times 3 \times 3} = \frac{4}{15}$ (je supprime 3 et 7).

Exemple 2. Calculer $\left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{2}{9}$.

Signes contraires : négatif. $\frac{3 \times 2}{4 \times 9} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$, donc le produit vaut $-\frac{1}{6}$.

Attention — pas de dénominateur commun pour multiplier ; et un numérateur se simplifie avec un dénominateur, jamais avec l'autre numérateur.

Cas 3 · Inverse d'un nombre

Réflexe — je retourne la fraction et je garde le signe ; un décimal, je l'écris d'abord en fraction.

Exemple 1. Donner l'inverse de $\frac{5}{13}$ et de -6.

L'inverse de $\frac{5}{13}$ est $\frac{13}{5}$; celui de -6 est $-\frac{1}{6}$ (même signe).

Exemple 2. Donner l'inverse de 1,6.

$1{,}6 = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$, donc son inverse est $\frac{5}{8} = 0{,}625$. Contrôle : $1{,}6 \times 0{,}625 = 1$.

Attention — l'inverse n'est pas l'opposé (-6 a pour opposé 6), et 0 n'a pas d'inverse.

Cas 4 · Diviser par une fraction

Réflexe — je garde la première fraction, $\div$ devient $\times$, et la fraction diviseur est remplacée par son inverse.

Exemple 1. Calculer $\frac{9}{14} \div \frac{3}{7}$.

$\frac{9}{14} \div \frac{3}{7} = \frac{9}{14} \times \frac{7}{3} = \frac{63}{42} = \frac{3}{2}$ (je divise par 21).

Exemple 2. Calculer $\frac{2}{9} \div 4$.

$\frac{2}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

Attention — on ne retourne jamais la première fraction, seulement celle par laquelle on divise.

Cas 5 · Enchaîner les quatre opérations

Réflexe — je repère d'abord les produits et les quotients, je les calcule, puis j'additionne ou je soustrais au même dénominateur.

Exemple. Calculer $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{9}$.

Le produit d'abord : $\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
Puis $\frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Attention — on ne calcule pas de gauche à droite sans regarder les priorités : $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ ne se fait pas en premier.

Les pièges

- Chercher un dénominateur commun pour multiplier : $\frac{4}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{25}$, pas $\frac{8}{5}$.
- Oublier le signe : $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{7}$ est négatif, il vaut $-\frac{10}{21}$.
- Confondre inverse et opposé : l'inverse de $\frac{7}{2}$ est $\frac{2}{7}$, son opposé est $-\frac{7}{2}$.
- Retourner la mauvaise fraction : pour $\frac{3}{10} \div \frac{9}{4}$, on calcule $\frac{3}{10} \times \frac{4}{9}$, pas $\frac{10}{3} \times \frac{9}{4}$.
- Calculer une somme avant un produit : dans $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times 2$, le produit passe d'abord.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).