Fractions : comparer, additionner, soustraire avec des relatifs

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Nombres et calculs · Nombres rationnels)

La démarche pour calculer ou comparer avec des fractions relatives

1. Je règle les signes. Un seul signe moins : la fraction est négative, j'écris le signe devant ; deux : elle est positive. Soustraire, c'est ajouter l'opposé.

2. Je mets au même dénominateur positif : je récite la table du plus grand dénominateur jusqu'à un multiple de l'autre.

3. Je calcule ou je compare les numérateurs comme des relatifs, puis j'écris le signe devant et je simplifie.

Le réflexe — le dénominateur reste positif et ne s'additionne jamais : tout le calcul se fait sur les numérateurs.

Cas 1 · Rappels de 5e : simplifier, comparer, additionner

Réflexe — je cherche un diviseur commun pour simplifier ; pour comparer ou additionner, je réduis au plus petit dénominateur commun.

Exemple 1. Simplifier $\frac{56}{70}$.

$56 = 14 \times 4$ et $70 = 14 \times 5$: je divise les deux termes par 14.
$\frac{56}{70} = \frac{4}{5}$, irréductible.

Exemple 2. Calculer $\frac{5}{9} - \frac{1}{6}$.

Table de 9 : 9, 18, et $18 = 6 \times 3$.
$\frac{5}{9} - \frac{1}{6} = \frac{10}{18} - \frac{3}{18} = \frac{7}{18}$.

Attention — on n'additionne pas les dénominateurs, et on multiplie toujours le numérateur **et** le dénominateur.

Cas 2 · Signe d'une fraction et écritures égales

Réflexe — je compte les signes moins (un : négative ; deux : positive), j'écris le signe devant, puis je simplifie les nombres sans signe.

Exemple. Écrire $\frac{-35}{-50}$ et $\frac{24}{-30}$ sous forme irréductible.

Deux signes moins : $\frac{-35}{-50} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$ (je divise par 5).
Un seul : $\frac{24}{-30} = -\frac{24}{30} = -\frac{4}{5}$ (je divise par 6).

Attention — $\frac{-a}{-b}$ est positif : les deux signes moins se compensent.

Cas 3 · Comparer, ranger, encadrer

Réflexe — les signes d'abord ; entre deux négatifs, je compare sans les signes puis j'inverse le sens.

Exemple 1. Comparer $-\frac{5}{6}$ et $-\frac{7}{8}$.

Sans les signes : $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ et $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$, donc $\frac{5}{6} < \frac{7}{8}$.
J'inverse : $-\frac{5}{6} > -\frac{7}{8}$.

Exemple 2. Encadrer $-\frac{19}{4}$ entre deux entiers consécutifs.

$19 \div 4 : 4$, il reste 3, donc $4 < \frac{19}{4} < 5$.
Aux opposés : $-5 < -\frac{19}{4} < -4$.

Attention — entre deux négatifs, le plus petit est le plus loin de zéro : l'ordre des nombres sans signe s'inverse.

Cas 4 · Additionner et soustraire des fractions relatives

Réflexe — signe au numérateur, dénominateur commun positif, numérateurs calculés comme des relatifs.

Exemple 1. Calculer $\frac{3}{8} - \frac{11}{12}$.

Table de 12 : 12, 24, et $24 = 8 \times 3$.
$\frac{9}{24} - \frac{22}{24} = \frac{-13}{24}$: le résultat est $-\frac{13}{24}$.

Exemple 2. Calculer $-1 - \left(-\frac{2}{9}\right)$.

Soustraire $-\frac{2}{9}$, c'est ajouter $\frac{2}{9}$, et $-1 = \frac{-9}{9}$.
$\frac{-9}{9} + \frac{2}{9} = \frac{-7}{9}$: le résultat est $-\frac{7}{9}$.

Attention — un signe moins devant une parenthèse change le signe de ce qu'elle contient : $-\left(-\frac{2}{9}\right) = \frac{2}{9}$.

Les pièges

- Additionner les dénominateurs : $\frac{2}{7} + \frac{1}{3}$ ne vaut pas $\frac{3}{10}$.
- Croire que $\frac{-5}{-8}$ est négatif : deux signes moins se compensent, $\frac{-5}{-8} = \frac{5}{8}$.
- Oublier d'inverser l'ordre entre deux négatifs : $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, mais $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$.
- Oublier le changement de signe : $\frac{1}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right)$ vaut $\frac{4}{5}$, pas $-\frac{2}{5}$.
- Écrire l'entier sans changer son numérateur : $-2 = \frac{-14}{7}$, pas $\frac{-2}{7}$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).