Corrigé et barème – Fractions : comparer, additionner, soustraire avec des relatifs

Rappels de 5e (fractions égales, simplification, dénominateur commun, comparer, additionner et soustraire des fractions positives), puis nombre rationnel et signe d'une fraction, écritures fractionnaires égales, comparer, ranger et encadrer des nombres rationnels positifs ou négatifs, additionner et soustraire des fractions relatives ; problèmes.

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4e

Exercice 1 – Rappels : simplifier, comparer, calculer ★★ *(4 pts)*

a) $105 = 15 \times 7$ et $135 = 15 \times 9$: on divise par 15, $\dfrac{105}{135} = \dfrac{7}{9}$ (1)

b) Table de 18 : 18, 36, et $36 = 12 \times 3$. $\dfrac{5}{12} = \dfrac{15}{36}$ et $\dfrac{7}{18} = \dfrac{14}{36}$; $15 > 14$, donc $\dfrac{5}{12} > \dfrac{7}{18}$ (1)

c) Table de 14 : 14, 28, et $28 = 4 \times 7$. $\dfrac{6}{28} + \dfrac{7}{28} = \dfrac{13}{28}$ (1)

d) $4 = \dfrac{28}{7}$, donc $\dfrac{28}{7} - \dfrac{9}{7} = \dfrac{19}{7}$ (1)

Méthode — Pour comparer ou additionner, on réduit au plus petit dénominateur commun, trouvé dans la table du plus grand dénominateur.

Exercice 2 – Nombres rationnels et écritures égales ★★ *(4 pts)*

a) $\dfrac{7}{-3} = -\dfrac{7}{3}$ (un signe moins) ; $\dfrac{-5}{-8} = \dfrac{5}{8}$ (deux signes moins) ; $\dfrac{-4}{9} = -\dfrac{4}{9}$, et le signe moins placé devant donne son opposé : $-\dfrac{-4}{9} = \dfrac{4}{9}$ (1)

b) $7 \times 9 = 63$ et $5 \times 9 = 45$: $-\dfrac{5}{7} = \dfrac{-45}{63}$. Pour avoir 20 au numérateur (positif), on multiplie 5 par 4 et le signe moins passe au dénominateur : $-\dfrac{5}{7} = \dfrac{20}{-28}$ (1)

c) Deux signes moins : $\dfrac{-60}{-75} = \dfrac{60}{75}$; $60 = 15 \times 4$ et $75 = 15 \times 5$, donc $\dfrac{4}{5}$ (1)

d) $1{,}35 = \dfrac{135}{100} = \dfrac{27}{20}$ (on divise par 5), donc $-1{,}35 = -\dfrac{27}{20}$. C'est le quotient de deux entiers relatifs, -27 et 20 : c'est un nombre rationnel (1)

Repère — Un signe moins rend la fraction négative, deux se compensent ; on écrit le signe devant et le dénominateur positif.

Exercice 3 – Comparer, ranger, encadrer ★★ *(4 pts)*

a) Sans les signes : $\dfrac{5}{9} = \dfrac{20}{36}$ et $\dfrac{7}{12} = \dfrac{21}{36}$, donc $\dfrac{5}{9} < \dfrac{7}{12}$. On inverse : $-\dfrac{5}{9} > -\dfrac{7}{12}$ (1)

b) Avec le dénominateur 12 : $\dfrac{2}{12}$; $\dfrac{-8}{12}$; $\dfrac{-9}{12}$; $\dfrac{-1}{12}$; 0. Donc $-\dfrac{3}{4} < -\dfrac{2}{3} < -\dfrac{1}{12} < 0 < \dfrac{1}{6}$ (1)

c) $38 \div 7$: 5, il reste 3, donc $5 < \dfrac{38}{7} < 6$ et $-6 < -\dfrac{38}{7} < -5$ (1)

d) Elle a tort : on ne compare pas numérateurs et dénominateurs séparément. $\dfrac{5}{6} = \dfrac{25}{30}$ et $\dfrac{4}{5} = \dfrac{24}{30}$, donc $\dfrac{5}{6} > \dfrac{4}{5}$; $-\dfrac{5}{6}$ est plus loin de zéro, donc $-\dfrac{5}{6} < -\dfrac{4}{5}$ (1)

Le point clé — Entre deux négatifs, l'ordre des nombres sans signe s'inverse : le plus loin de zéro est le plus petit.

Exercice 4 – Sommes et différences de fractions relatives ★★★ *(4 pts)*

a) Dénominateur commun 24 : $\dfrac{14}{24} - \dfrac{15}{24} = \dfrac{-1}{24}$, donc $A = -\dfrac{1}{24}$ (1)

b) Dénominateur commun 12 : $\dfrac{-10}{12} + \dfrac{9}{12} = \dfrac{-1}{12}$, donc $B = -\dfrac{1}{12}$ (1)

c) Dénominateur commun 18 : $\dfrac{12}{18} + \dfrac{10}{18} - \dfrac{9}{18} = \dfrac{13}{18}$, donc $C = \dfrac{13}{18}$ (1)

d) Il a additionné les numérateurs $(-2 + 1)$ et les dénominateurs $(3 + 5)$: on n'additionne jamais les dénominateurs. Au dénominateur 15 : $\dfrac{-10}{15} + \dfrac{3}{15} = \dfrac{-7}{15}$, le bon résultat est $-\dfrac{7}{15}$ (1)

Méthode — Signe au numérateur, dénominateur commun positif, puis les numérateurs se calculent avec les règles des relatifs.

Exercice 5 – Problème — le financement du voyage ★★★ *(4 pts)*

a) Dénominateur commun 60 : $\dfrac{24}{60} + \dfrac{15}{60} + \dfrac{10}{60} = \dfrac{49}{60}$ du coût (1)

b) $\dfrac{60}{60} - \dfrac{49}{60} = \dfrac{11}{60}$ du coût (1)

c) $\dfrac{11}{60} - \dfrac{12}{60} = \dfrac{-1}{60}$: la différence est négative, la part de la mairie dépasse le besoin de $\dfrac{1}{60}$ du coût. Le voyage est entièrement financé (1)

d) $\dfrac{1}{60}$ de $7\,200$ € : $7\,200 \div 60 = 120$ €. La mairie pourrait donner 120 € de moins (1)

Méthode — La part manquante, c'est 1 moins les parts connues ; le signe d'une différence dit laquelle des deux parts est la plus grande.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).