Équations : résoudre une équation du premier degré

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Nombres et calculs · Calcul littéral et équations)

La démarche pour résoudre une équation du premier degré

1. Je réduis chaque membre. Je développe les parenthèses (un signe $-$ devant une parenthèse change le signe de chacun de ses termes) ; avec un quotient, je multiplie d'abord les deux membres par le dénominateur, ou par un multiple commun s'il y en a deux.

2. Je regroupe. Les termes en x d'un côté, les nombres de l'autre, en faisant chaque fois la même opération sur les deux membres.

3. Je divise les deux membres par le coefficient de x, avec son signe.

4. Je vérifie en calculant séparément les deux membres de l'équation de départ.

Le réflexe — chaque transformation se fait sur les deux membres à la fois, et sur tous leurs termes ; une solution se vérifie toujours dans l'équation de départ.

Cas 1 · Rappels de 5e : tester un nombre, x + b = c et ax = c

Réflexe — pour tester, je calcule chaque membre séparément ; pour une seule opération sur x, j'applique l'opération inverse.

Exemple 1. -3 est-il solution de $4x + 5 = x - 4$?

À gauche : $4 \times (-3) + 5 = -7$. À droite : $-3 - 4 = -7$.

Les deux membres sont égaux : -3 est solution.

Exemple 2. Résoudre $x + 9{,}4 = 2$, puis $-8x = 6$.

$x = 2 - 9{,}4 = -7{,}4$.

$x = 6 \div (-8) = -0{,}75$. Vérification : $(-8) \times (-0{,}75) = 6$.

Attention — un nombre négatif se met entre parenthèses : $4 \times (-3)$; dans $-8x = 6$, on divise par -8.

Cas 2 · Les règles de transformation : ax + b = c

Réflexe — j'enlève d'abord le nombre seul des deux membres, puis je divise les deux membres par le coefficient de x.

Exemple 1. Résoudre $10 - 4x = 3$.

On soustrait 10 : $-4x = 3 - 10 = -7$.

On divise par -4 : $x = (-7) \div (-4) = 1{,}75$. Vérification : $10 - 4 \times 1{,}75 = 3$.

Exemple 2. Résoudre $\dfrac{x}{3} + 4 = 1$.

On soustrait 4 : $\dfrac{x}{3} = -3$. On multiplie par 3 : $x = -9$.

Attention — dans $10 - 4x$, le coefficient de x est -4 ; diviser les deux membres, c'est diviser chacun de leurs termes.

Cas 3 · Résoudre ax + b = cx + d

Réflexe — je développe, je regroupe les x du côté du plus grand coefficient, puis les nombres de l'autre côté.

Exemple 1. Résoudre $5(x-1) = 2x + 7$.

$5x - 5 = 2x + 7$; on soustrait $2x$: $3x - 5 = 7$; $3x = 12$; $x = 4$.
Vérification : $5 \times (4-1) = 15$ et $2 \times 4 + 7 = 15$.

Exemple 2. Combien de solutions a $4x + 3 = 2(2x + 1)$?

$4x + 3 = 4x + 2$; on soustrait $4x$: il reste $3 = 2$, ce qui est faux pour tout x. Aucune solution.

Attention — pour enlever $2x$ d'un membre, on soustrait $2x$ aux deux membres ; on ne l'ajoute pas de l'autre côté.

Cas 4 · Mettre un problème en équation

Réflexe — « Soit x … » ; j'écris la même quantité de deux façons ; je résous ; je vérifie dans l'énoncé ; je conclus par une phrase.

Exemple. Un stylo coûte 1,20 € de moins qu'un classeur ; 3 classeurs et 2 stylos coûtent 13,10 €. Prix d'un classeur ?

Soit x le prix d'un classeur, en euros ; un stylo coûte $x - 1{,}2$.
$3x + 2(x - 1{,}2) = 13{,}1$; $5x - 2{,}4 = 13{,}1$; $5x = 15{,}5$; $x = 3{,}1$. Un classeur coûte 3,10 € et un stylo 1,90 €.

Attention — on vérifie dans l'énoncé, pas seulement dans l'équation ; une réponse impossible signale une erreur.

Les pièges

- Oublier le signe du coefficient : $9 - 3x = 0$ donne $-3x = -9$, donc $x = 3$ (et non -3).
- Diviser un seul terme : $5x + 10 = 35$ divisé par 5 donne $x + 2 = 7$, pas $x + 10 = 7$.
- Ajouter au lieu de soustraire pour regrouper : $7x + 1 = 3x + 9$ devient $4x + 1 = 9$, pas $10x + 1 = 9$.
- Confondre tester et résoudre : 2 n'est pas solution de $5x - 1 = 12$, mais cela ne donne pas la solution, qui est 2,6.
- Arrondir une solution exacte : $6x = 5$ a pour solution $\frac{5}{6}$, et 0,83 n'en est qu'une valeur approchée.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).