

Devoir surveillé – Angles et parallélisme, translation et rotation, triangles égaux — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Qui a raison ?

(4 pts)

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifie (propriété du cours ou contre-exemple).

- a) « Deux triangles qui ont deux angles égaux deux à deux et un côté de même longueur sont forcément égaux. »
- b) « L'image d'une droite par une translation est une droite parallèle à la droite de départ. »
- c) « Par une rotation de centre O et d'angle 90° , l'image d'une droite est parallèle à cette droite. »
- d) « Un triangle qui a un angle de 47° et un angle de 86° est isocèle. »

Exercice 2 – Démontrer un parallélisme

(4 pts)

Dans le triangle ABC , $\widehat{BAC} = 58^\circ$ et $\widehat{ABC} = 74^\circ$. Le point M est sur le segment $[AB]$, le point N sur le segment $[AC]$, et $\widehat{AMN} = 74^\circ$.

- a) Calcule $\widehat{ACB}$.
- b) Démonstre que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
- c) Calcule $\widehat{MNC}$.
- d) On note t la translation qui transforme M en B . Quelle est l'image de la droite (MN) par t ? Justifie.

Exercice 3 – Transformations dans un repère

(4 pts)

Dans un repère orthonormé, on place $A(2; 1)$, $B(5; 1)$ et $C(2; 5)$. Le triangle ABC est rectangle en A et on admet que $BC = 5$.

- a) Donne les coordonnées des images A_1, B_1, C_1 de A, B, C par la translation qui transforme B en A .
- b) Donne les coordonnées des images B_2 et C_2 de B et C par la rotation de centre A et d'angle 90° , dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- c) Démonstre que les points C_2, A et B sont alignés.
- d) Les triangles $ABC, A_1B_1C_1$ et AB_2C_2 sont-ils égaux ? Donne leur périmètre et leur aire.

Exercice 4 – Deux segments de même milieu

(4 pts)

Les segments $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en O , avec $OA = OC = 4$ cm, $OB = OD = 6$ cm et $\widehat{AOB} = 70^\circ$.

- a) Justifie que $\widehat{COD} = 70^\circ$.
- b) Démonstre que les triangles OAB et OCD sont égaux ; précise les sommets homologues.
- c) Dédus-en que $AB = CD$ et que $\widehat{OAB} = \widehat{OCD}$, puis démontre que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- d) Quelle rotation transforme à la fois A en C et B en D ? Retrouve ainsi que $AB = CD$.

Exercice 5 – Problème — le cerf-volant*(4 pts)*

Le quadrilatère convexe $ABCD$ représente un cerf-volant : $AB = AD$ et $CB = CD$. On mesure $\widehat{BAD} = 60^\circ$ et $\widehat{BCD} = 100^\circ$.

- a) Démontre que les triangles ABC et ADC sont égaux.
- b) Déduis-en $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BCA}$.
- c) Calcule $\widehat{ABC}$.
- d) Justifie qu'une rotation de centre A et d'angle 60° transforme B en D . En répétant cette rotation, combien de cerfs-volants identiques peut-on placer autour de A , sans chevauchement, pour faire exactement un tour complet ?

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).