

Corrigé et barème – Angles et parallélisme, translation et rotation, triangles égaux — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Qui a raison ?

(4 pts)

- a) Faux. Les trois angles sont alors égaux (somme 180°), mais le côté de même longueur doit être placé au même endroit. Contre-exemple : deux triangles d'angles 30° , 60° , 90° ; dans le premier, le côté opposé à l'angle de 30° mesure 5 cm, dans le second, c'est le côté opposé à l'angle droit qui mesure 5 cm. Le plus grand côté du premier dépasse 5 cm, celui du second mesure 5 cm : ils ne sont pas égaux. (0,5 pt : faux ; 0,5 pt : contre-exemple) (1)
- b) Vrai. Une translation transforme une droite en une droite parallèle (confondue avec elle si la droite a la direction du déplacement). (0,5 pt : vrai ; 0,5 pt : propriété) (1)
- c) Faux. Un quart de tour transforme une droite en une droite perpendiculaire. Contre-exemple : dans un repère, la rotation de centre l'origine et d'angle 90° transforme l'axe des abscisses en l'axe des ordonnées, qui lui est perpendiculaire. (0,5 pt : faux ; 0,5 pt : contre-exemple) (1)
- d) Vrai. Le troisième angle mesure $180^\circ - 47^\circ - 86^\circ = 47^\circ$: le triangle a deux angles égaux, il est isocèle. (0,5 pt : calcul ; 0,5 pt : conclusion) (1)

Méthode — pour prouver qu'une affirmation est fausse, un seul contre-exemple précis suffit ; pour prouver qu'elle est vraie, il faut une propriété valable dans tous les cas.

Exercice 2 – Démontrer un parallélisme

(4 pts)

- a) $\widehat{ACB} = 180^\circ - 58^\circ - 74^\circ = 48^\circ$. (0,5 pt) (1)
- b) Les droites (MN) et (BC) sont coupées par la sécante (AB) . Les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$ sont correspondants et mesurent tous deux 74° . Or, si deux angles correspondants sont égaux, les droites sont parallèles : $(MN) \parallel (BC)$. (0,5 pt : angles correspondants ; 0,5 pt : égalité ; 0,5 pt : propriété et conclusion) (1)
- c) Dans AMN : $\widehat{ANM} = 180^\circ - 58^\circ - 74^\circ = 48^\circ$. Les points A , N , C sont alignés, donc $\widehat{MNC} = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$. (0,5 pt : $\widehat{ANM}$; 0,5 pt : 132°) (1)
- d) L'image de (MN) par t est une droite parallèle à (MN) qui passe par $t(M) = B$. D'après la question 2, (BC) est parallèle à (MN) et passe par B ; par un point, il ne passe qu'une seule parallèle à une droite. L'image est donc (BC) . (0,5 pt : propriété de la translation ; 0,5 pt : conclusion) (1)

Erreur fréquente — utiliser le parallélisme pour trouver les angles, alors qu'il faut le démontrer : ici ce sont les angles qui sont donnés, on applique donc la propriété « angles correspondants égaux, donc droites parallèles ».

Exercice 3 – Transformations dans un repère

(4 pts)

- a) De $B(5; 1)$ à $A(2; 1)$: 3 unités vers la gauche, 0 verticalement. $A_1(-1; 1)$, $B_1(2; 1)$ (c'est A), $C_1(-1; 5)$. (0,5 pt : déplacement ; 0,5 pt : les trois images) (1)
- b) B est à 3 unités à droite de A ; après un quart de tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, B_2 est à 3 unités au-dessus de A : $B_2(2; 4)$. C est à 4 unités au-dessus de A ; C_2 est à 4 unités à gauche de A : $C_2(-2; 1)$. (0,5 pt : méthode ; 0,5 pt par point) (1)
- c) $C_2(-2; 1)$, $A(2; 1)$ et $B(5; 1)$ ont la même ordonnée 1 : ils sont sur une même droite horizontale, donc alignés. (Autre justification : le quart de tour transforme (AC) en la perpendiculaire à (AC) passant par A , c'est-à-dire (AB) .) (0,5 pt) (1)
- d) Oui : translations et rotations conservent les longueurs, donc les trois triangles ont leurs côtés égaux deux à deux. $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$: périmètre $3 + 4 + 5 = 12$; aire $\frac{3 \times 4}{2} = 6$ (unités d'aire), identiques pour les trois. (0,5 pt : égalité justifiée ; 0,5 pt : périmètre et aire) (1)

Astuce — pour tourner d'un quart de tour sur un quadrillage, on lit le déplacement depuis le centre (« 3 à droite ») et on le fait pivoter (« 3 vers le haut ») : pas besoin de rapporteur.

Exercice 4 – Deux segments de même milieu

(4 pts)

- a) Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet, donc égaux : $\widehat{COD} = 70^\circ$. (0,5 pt) (1)
- b) $OA = OC = 4$ cm, $OB = OD = 6$ cm et $\widehat{AOB} = \widehat{COD} = 70^\circ$, angle compris entre ces côtés : les triangles sont égaux (cas d'un angle compris entre deux côtés). Homologues : O et O , A et C , B et D . (0,5 pt par égalité justifiée, conclusion comprise) (1)
- c) Dans deux triangles égaux, les éléments homologues sont égaux : $AB = CD$ et $\widehat{OAB} = \widehat{OCD}$. Pour les droites (AB) et (CD) coupées par la sécante (AC) , ces deux angles sont alternes-internes (B et D sont de part et d'autre de (AC)) et égaux, donc $(AB) \parallel (CD)$. (0,5 pt : déductions ; 0,5 pt : alternes-internes ; 0,5 pt : conclusion) (1)
- d) O est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$: la rotation de centre O et d'angle 180° (le demi-tour) transforme A en C et B en D . Elle transforme donc $[AB]$ en $[CD]$ et conserve les longueurs : $AB = CD$. (0,5 pt) (1)

Méthode — une fois deux triangles démontrés égaux, chaque côté et chaque angle de l'un est égal à son homologue dans l'autre : c'est la liste des sommets homologues qui dit quelles égalités on a le droit d'écrire.

Exercice 5 – Problème — le cerf-volant

(4 pts)

- a) $AB = AD$, $CB = CD$ et le côté $[AC]$ est commun : les triangles ABC et ADC sont égaux (cas des trois côtés), avec A et A , B et D , C et C homologues. (0,5 pt : trois égalités ; 0,5 pt : conclusion) (1)
- b) Angles homologues : $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$ et leur somme vaut $\widehat{BAD} = 60^\circ$, donc $\widehat{BAC} = 30^\circ$. De même $\widehat{BCA} = \widehat{DCA}$ et leur somme vaut 100° , donc $\widehat{BCA} = 50^\circ$. (0,5 pt par angle) (1)
- c) $\widehat{ABC} = 180^\circ - 30^\circ - 50^\circ = 100^\circ$. (0,5 pt) (1)
- d) $AD = AB$ et $\widehat{BAD} = 60^\circ$: D est l'image de B par la rotation de centre A et d'angle 60° (dans le sens de B vers D). Chaque cerf-volant occupe un angle de 60° en A et le suivant commence où le précédent finit : $360^\circ \div 60^\circ = 6$ cerfs-volants. (0,5 pt : justification de la rotation ; 0,5 pt : raisonnement ; 0,5 pt : 6) (1)

Piège — l'angle $\widehat{BAD}$ est celui du cerf-volant entier : c'est sa moitié, $\widehat{BAC}$, qui intervient dans le triangle ABC , et c'est l'égalité des triangles qui justifie ce partage en deux.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).