

Devoir surveillé – Angles et parallélisme, translation et rotation, triangles égaux — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Parallèles et sécante

(4 pts)

Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Une sécante (Δ) coupe (d_1) en A et (d_2) en B . En A , l'un des angles aigus formés par (d_1) et (Δ) mesure 52° .

- Donne la mesure des angles obtus formés en A . Justifie.
- Combien d'angles aigus sont formés en B , et que mesurent-ils ? Justifie avec des propriétés du cours.
- Un élève affirme : « L'angle aigu de 52° en A et un angle obtus en B peuvent être alternes-internes. » Qu'en penses-tu ? Justifie.
- Dans un triangle KLM , $\widehat{K} = 52^\circ$ et $\widehat{L} = 73,5^\circ$. Calcule $\widehat{M}$.

Exercice 2 – Translation dans un repère

(4 pts)

Dans un repère, la translation t transforme le point $A(1; 2)$ en $A'(4; -1)$.

- Détermine l'image B' du point $B(-2; 5)$ par t . Que remarques-tu ?
- Détermine l'image C' de $C(0; -3)$, puis le point E dont l'image par t est $E'(-1; 0)$.
- Sans calcul, compare les longueurs AC et $A'C'$, puis la position des droites (AC) et $(A'C')$.
- Un triangle RST a pour angles $\widehat{R} = 35^\circ$ et $\widehat{S} = 100^\circ$. On note $R'S'T'$ son image par t . Donne $\widehat{R'}$, puis calcule $\widehat{T'}$.

Exercice 3 – Triangles égaux ou non ?

(4 pts)

Pour chaque paire, dis si les triangles sont égaux. Si oui, cite le cas d'égalité et écris les triangles dans l'ordre des sommets homologues ; sinon, explique pourquoi. Les longueurs sont en cm.

- $ABC : AB = 5, BC = 7, AC = 6 ; DEF : DE = 6, EF = 5, DF = 7$.
- $PQR : PQ = 4, \widehat{Q} = 50^\circ, QR = 6 ; STU : ST = 4, \widehat{T} = 50^\circ, TU = 6$.
- $KLM : \widehat{K} = 40^\circ, \widehat{L} = 80^\circ, KL = 5 ; XYZ : \widehat{X} = 40^\circ, \widehat{Z} = 60^\circ, XY = 5$.
- Le triangle T_1 a pour angles $30^\circ, 70^\circ$ et 80° , et son côté compris entre les angles de 30° et 70° mesure 4 ; le triangle T_2 a les mêmes angles, mais ce côté mesure 8.

Exercice 4 – Rotation et triangles

(4 pts)

Le triangle ABC vérifie $AB = 5$ cm, $AC = 3$ cm et $\widehat{BAC} = 40^\circ$. On note $A'B'C'$ son image par la rotation r de centre O et d'angle 70° .

- Donne $A'B'$, $A'C'$ et $\widehat{B'A'C'}$. Justifie.
- Explique de deux façons différentes pourquoi les triangles ABC et $A'B'C'$ sont égaux.
- On note M' l'image par r d'un point M distinct de O . Calcule les angles $\widehat{MOM'}$, $\widehat{OMM'}$ et $\widehat{OM'M}$ du triangle OMM' .

Exercice 5 – Problème — la rosace*(4 pts)*

Un artisan dessine une rosace formée de 10 triangles isocèles $OA_1A_2, OA_2A_3, \dots, OA_{10}A_1$ de sommet principal O , avec $OA_1 = OA_2 = \dots = OA_{10} = 12$ cm. Ces triangles se déduisent les uns des autres par des rotations de centre O et font exactement le tour de O , sans se chevaucher.

- a) Calcule l'angle $\widehat{A_1OA_2}$.
- b) Calcule $\widehat{OA_1A_2}$ et $\widehat{OA_2A_1}$.
- c) Déduis-en l'angle $\widehat{A_1A_2A_3}$ du décagone $A_1A_2 \dots A_{10}$.
- d) Démontre que les triangles OA_1A_2 et OA_4A_5 sont égaux, puis donne l'angle d'une rotation de centre O qui transforme le premier en le second.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).