

# Corrigé et barème – Angles et parallélisme, translation et rotation, triangles égaux — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4<sup>e</sup>

## Exercice 1 – Parallèles et sécante

(4 pts)

- Un angle obtus en  $A$  et l'angle de  $52^\circ$  sont adjacents et forment un angle plat : ils sont supplémentaires. Chaque angle obtus mesure donc  $180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$  (les deux angles obtus sont opposés par le sommet, donc égaux). (0,5 pt : supplémentaires ; 0,5 pt :  $128^\circ$ ) (1)
- Il y a deux angles aigus en  $B$ . L'un est le correspondant de l'angle de  $52^\circ$  : comme  $(d_1) \parallel (d_2)$ , il mesure  $52^\circ$ . L'autre lui est opposé par le sommet : il mesure aussi  $52^\circ$ . (0,5 pt : correspondants et parallèles ; 0,5 pt : opposé par le sommet et mesures) (1)
- Il a tort. Les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  étant parallèles, deux angles alternes-internes sont égaux : l'alterne-interne d'un angle de  $52^\circ$  mesure  $52^\circ$ , il est aigu. Un angle obtus en  $B$  ( $128^\circ$ ) ne peut donc pas être son alterne-interne. (0,5 pt : propriété ; 0,5 pt : conclusion) (1)
- La somme des angles d'un triangle vaut  $180^\circ$  :  $\widehat{M} = 180^\circ - 52^\circ - 73,5^\circ = 128^\circ - 73,5^\circ = 54,5^\circ$ . (0,5 pt : somme  $180^\circ$  ; 0,5 pt : résultat) (1)

**Méthode** — avec deux parallèles et une sécante, il n'y a que deux mesures d'angles sur toute la figure : un angle aigu et son supplémentaire ; une fois l'un connu, tout le reste s'en déduit.

## Exercice 2 – Translation dans un repère

(4 pts)

- De  $A$  à  $A'$ , l'abscisse augmente de  $4 - 1 = 3$  et l'ordonnée varie de  $-1 - 2 = -3$ . Donc  $B'(-2 + 3; 5 - 3) = B'(1; 2)$  : l'image de  $B$  est le point  $A$  lui-même. (0,5 pt : déplacement ; 0,5 pt :  $B'$  et remarque) (1)
- $C'(0 + 3; -3 - 3) = C'(3; -6)$ . Pour  $E$ , on fait le déplacement inverse :  $E(-1 - 3; 0 + 3) = E(-4; 3)$  ; vérification :  $(-4 + 3; 3 - 3) = (-1; 0)$ . (0,5 pt :  $C'$  ; 0,5 pt :  $E$ ) (1)
- Une translation conserve les longueurs, donc  $A'C' = AC$ . Elle transforme une droite en une droite parallèle, donc  $(A'C') \parallel (AC)$ . (0,5 pt par propriété) (1)
- Une translation conserve les angles :  $\widehat{R'} = \widehat{R} = 35^\circ$  et  $\widehat{S'} = 100^\circ$ . Donc  $\widehat{T'} = 180^\circ - 35^\circ - 100^\circ = 45^\circ$ . (0,5 pt : conservation ; 0,5 pt :  $45^\circ$ ) (1)

**Astuce** — pour trouver un antécédent, on fait le déplacement en sens inverse : on retranche ce que la translation ajoute, puis on vérifie en appliquant  $t$  au point trouvé.

**Exercice 3 – Triangles égaux ou non ?**

(4 pts)

- a) Égaux (cas des trois côtés) :  $AB = EF = 5$ ,  $BC = FD = 7$ ,  $CA = DE = 6$ . Donc  $A$  et  $E$ ,  $B$  et  $F$ ,  $C$  et  $D$  sont homologues :  $ABC$  et  $EFD$  sont égaux. (0,5 pt : cas ; 0,5 pt : ordre des sommets) (1)
- b) Égaux (cas d'un angle compris entre deux côtés) :  $PQ = ST$ ,  $\widehat{Q} = \widehat{T}$ ,  $QR = TU$ , l'angle étant chaque fois entre les deux côtés.  $PQR$  et  $STU$  sont égaux. (0,5 pt : cas ; 0,5 pt : angle bien compris entre les côtés) (1)
- c) Dans  $XYZ$  :  $\widehat{Y} = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$ . Alors  $KL = XY = 5$ ,  $\widehat{K} = \widehat{X} = 40^\circ$ ,  $\widehat{L} = \widehat{Y} = 80^\circ$  : égaux (cas d'un côté compris entre deux angles),  $KLM$  et  $XYZ$ . (0,5 pt : calcul de  $\widehat{Y}$  ; 0,5 pt : conclusion) (1)
- d) Non : les angles sont égaux mais le côté homologue mesure 4 dans l'un et 8 dans l'autre. Les deux triangles ont la même forme, pas la même taille. (0,5 pt : non ; 0,5 pt : explication) (1)

**Piège** — des angles tous égaux ne suffisent jamais : il faut au moins une longueur égale, placée au même endroit ; et quand un angle manque, on le calcule avec la somme  $180^\circ$  avant de conclure.

**Exercice 4 – Rotation et triangles**

(4 pts)

- a) Une rotation conserve les longueurs et les angles :  $A'B' = AB = 5$  cm,  $A'C' = AC = 3$  cm et  $\widehat{B'A'C'} = \widehat{BAC} = 40^\circ$ . (0,5 pt par valeur, justification comprise) (1,33333)
- b) Première façon :  $A'B'C'$  est l'image de  $ABC$  par une rotation, qui conserve les longueurs ; les trois côtés sont égaux deux à deux, donc les triangles sont égaux. Deuxième façon :  $AB = A'B'$ ,  $AC = A'C'$  et l'angle compris  $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$  : cas d'un angle compris entre deux côtés. (0,5 pt par façon) (1,33333)
- c) Par définition de la rotation,  $OM' = OM$  et  $\widehat{MOM'} = 70^\circ$ . Le triangle  $OMM'$  est donc isocèle en  $O$  ; ses angles à la base sont égaux :  $\widehat{OMM'} = \widehat{OM'M} = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$ . (0,5 pt :  $70^\circ$  ; 0,5 pt : isocèle ; 0,5 pt :  $55^\circ$ ) (1,33333)

**Erreur fréquente** — le centre  $O$  n'est pas un sommet du triangle  $ABC$  : l'angle de  $70^\circ$  se lit en  $O$ , entre  $[OM]$  et  $[OM']$ , et ne modifie aucun angle de la figure transformée.

**Exercice 5 – Problème — la rosace**

(4 pts)

- a) Les 10 angles au centre sont égaux (images par rotation) et font un tour complet :  $\widehat{A_1OA_2} = 360^\circ \div 10 = 36^\circ$ . (0,5 pt : raisonnement ; 0,5 pt :  $36^\circ$ ) (1)
- b)  $OA_1A_2$  est isocèle en  $O$ , donc ses angles à la base sont égaux :  $\widehat{OA_1A_2} = \widehat{OA_2A_1} = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = \frac{144^\circ}{2} = 72^\circ$ . (0,5 pt : isocèle ; 0,5 pt :  $72^\circ$ ) (1)
- c) En  $A_2$ , la demi-droite  $[A_2O)$  partage l'angle en deux :  $\widehat{OA_2A_1} = 72^\circ$  et, dans le triangle  $OA_2A_3$  identique,  $\widehat{OA_2A_3} = 72^\circ$ . Donc  $\widehat{A_1A_2A_3} = 72^\circ + 72^\circ = 144^\circ$ . (0,5 pt : découpage ; 0,5 pt :  $144^\circ$ ) (1)
- d)  $OA_1 = OA_4 = 12$  cm,  $OA_2 = OA_5 = 12$  cm et  $\widehat{A_1OA_2} = \widehat{A_4OA_5} = 36^\circ$  : égaux (angle compris entre deux côtés). De  $A_1$  à  $A_4$ , on avance de 3 motifs : rotation d'angle  $3 \times 36^\circ = 108^\circ$ . (0,5 pt : égalité ; 0,5 pt :  $108^\circ$ ) (1)

**Astuce** — dans une rosace de  $n$  motifs, l'angle au centre vaut  $360^\circ \div n$ , et chaque angle à la base du triangle isocèle vaut la moitié de ce qui reste sur  $180^\circ$ .