

Devoir surveillé – Statistiques et probabilités — niveau



Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes justifiés

(3 pts)

Vrai ou faux ? Chaque réponse doit être justifiée par un calcul ou un argument.

- a) « Avec un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12, la probabilité d'obtenir un diviseur de 12 est $\frac{1}{2}$. »
- b) « La moyenne de la série 2,4 ; 3,1 ; 2,6 ; 3,9 est 3 et sa médiane aussi. »
- c) « Deux événements incompatibles peuvent avoir pour probabilités 0,6 et 0,5. »

Exercice 2 – Calculs sans calculatrice

(4 pts)

Les 24 copies d'un contrôle ont obtenu les notes suivantes : 8 (3 copies) ; 11 (5 copies) ; 12 (6 copies) ; 14 (7 copies) ; 17 (3 copies).

- a) Calcule la moyenne de la classe.
- b) Détermine la note médiane.
- c) On tire une copie au hasard. Calcule la probabilité que sa note soit strictement inférieure à la médiane, sous forme de fraction irréductible.
- d) Sans poser de division, compare la fréquence des notes d'au moins 14 avec 0,4.

Exercice 3 – Recherche — les notes mystères

(5 pts)

Une série de cinq notes entières, rangées dans l'ordre croissant $a \leq b \leq c \leq d \leq e$, a pour médiane 14, pour étendue 6 et pour moyenne 12,4. On cherche toutes les séries possibles.

- a) Donne la valeur de c et la somme des cinq notes. Exprime e en fonction de a .
- b) Montre que $a \geq 8$ et que $b + d = 42 - 2a$.
- c) Montre que a ne peut pas valoir 10, ni aucune valeur plus grande. Quelles sont les valeurs possibles de a ?
- d) Trouve toutes les séries possibles et justifie que tu n'en as oublié aucune.
- e) Pour chaque série trouvée, on tire une des cinq notes au hasard. Dans quelle série la probabilité de tirer 14 vaut-elle $\frac{2}{5}$?

Exercice 4 – Problème — le stand des produits*(4 pts)*

À un stand de fête, on tire au hasard une boule dans l'urne A, qui contient trois boules numérotées 1, 2, 3, puis une boule dans l'urne B, qui contient quatre boules numérotées 1, 2, 3, 4. On multiplie les deux numéros. Une partie coûte 1 euro ; si le produit vaut au moins 8, le joueur gagne un lot que l'organisateur a payé 3 euros.

- a) Quelle est la probabilité de gagner ? Justifie à l'aide d'un tableau.
- b) Calcule la moyenne et la médiane de la série des 12 produits du tableau. Pourquoi la moyenne est-elle plus grande que la médiane ?
- c) L'organisateur prévoit 200 parties. Estime son bénéfice.
- d) Quel prix peut-il payer au plus pour chaque lot s'il veut un bénéfice d'environ 100 euros sur ces 200 parties ?

Exercice 5 – Pour aller plus loin — le dé à n faces*(4 pts)*

Un dé équilibré possède n faces numérotées de 1 à n (avec $n \geq 2$). On étudie la série des n numéros 1 ; 2 ; ... ; n .

- a) Pour $n = 6$, puis pour $n = 7$, calcule la moyenne et la médiane des numéros.
- b) On note $S = 1 + 2 + \dots + n$. En écrivant aussi $S = n + (n - 1) + \dots + 1$ et en ajoutant terme à terme, montre que $2S = n(n + 1)$. Dédus-en que la moyenne des numéros vaut $\frac{n + 1}{2}$.
- c) Montre que la médiane vaut aussi $\frac{n + 1}{2}$ (distingue le cas n impair et le cas n pair).
- d) Pour quelles valeurs de n la probabilité d'obtenir un numéro strictement supérieur à la moyenne vaut-elle exactement $\frac{1}{2}$?

Bon courage !