

Corrigé et barème – Statistiques et probabilités — niveau



Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – La roue de la kermesse

(4 pts)

- a) Non : ce sont les 8 secteurs qui sont équiprobables, pas les résultats. $P(0) = \frac{3}{8}$; $P(5) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; $P(10) = \frac{1}{4}$; $P(20) = \frac{1}{8}$. Vérification : $\frac{3+2+2+1}{8} = 1$. (0,5 pt pour la réponse justifiée + 0,5 pt pour les probabilités) (1)
- b) « 10 points » et « 20 points » sont incompatibles : $P = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$. « Marquer des points » est le contraire de « 0 point » : $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) Somme des points : $0 \times 14 + 5 \times 11 + 10 \times 10 + 20 \times 5 = 0 + 55 + 100 + 100 = 255$. Moyenne : $255 \div 40 = 6,375$ points par lancer. (0,5 pt pour la somme + 0,5 pt pour la moyenne) (1)
- d) Fréquence : $\frac{14}{40} = 0,35$; probabilité : $\frac{3}{8} = 0,375$. L'écart est faible : sur 40 lancers, il est normal que la fréquence fluctue autour de la probabilité. On ne peut pas conclure que la roue est truquée ; il faudrait un très grand nombre de lancers. (0,5 pt pour la comparaison + 0,5 pt pour la conclusion) (1)

Piège — des résultats différents ne sont pas forcément équiprobables : on revient toujours à des issues de même chance (ici les secteurs) avant d'appliquer la formule.

Exercice 2 – Deux dés à quatre faces

(4 pts)

- a) Rouge 1 : 2 ; 3 ; 4 ; 5. Rouge 2 : 3 ; 4 ; 5 ; 6. Rouge 3 : 4 ; 5 ; 6 ; 7. Rouge 4 : 5 ; 6 ; 7 ; 8 (bleu de 1 à 4 en colonnes). Il y a $4 \times 4 = 16$ issues équiprobables. (0,5 pt pour le tableau + 0,5 pt pour le nombre d'issues) (1)
- b) La somme 5 apparaît 4 fois (1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1) : $P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$. (0,5 pt pour le dénombrement + 0,5 pt pour la probabilité) (1)
- c) Sommes 7, 7 et 8 : 3 cases, donc $P = \frac{3}{16}$. (0,5 pt pour le dénombrement + 0,5 pt pour la probabilité) (1)
- d) Série rangée : 2 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 7 ; 8. Somme : $2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 3 \times 6 + 2 \times 7 + 8 = 2 + 6 + 12 + 20 + 18 + 14 + 8 = 80$; moyenne $80 \div 16 = 5$. 16 valeurs : la médiane est entre la 8^e et la 9^e valeur, qui valent 5 : médiane = 5. (0,5 pt pour la moyenne + 0,5 pt pour la médiane) (1)

Erreur fréquente — prendre les sommes possibles (2 à 8, soit 7 valeurs) pour des issues équiprobables : la somme 5 s'obtient de quatre façons, la somme 8 d'une seule.

Exercice 3 – Le cross du collège

(4 pts)

- a) Moins de 5 minutes : $6 + 14 = 20$ coureurs, soit $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$, exactement la moitié et non plus de la moitié : il a tort. (0,5 pt pour le calcul + 0,5 pt pour la conclusion) (1)
- b) Milieux : 3,5 ; 4,5 ; 5,5 ; 6,5. Somme : $3,5 \times 6 + 4,5 \times 14 + 5,5 \times 12 + 6,5 \times 8 = 21 + 63 + 66 + 52 = 202$. Moyenne approchée : $202 \div 40 = 5,05$ min ; $0,05 \times 60 = 3$ s, soit environ 5 min 3 s. (0,5 pt pour la moyenne + 0,5 pt pour la conversion) (1)
- c) Non : on ne connaît pas les temps exacts, seulement les classes. Le plus rapide a mis au moins 3 min, le plus lent strictement moins de 7 min : l'étendue est strictement inférieure à $7 - 3 = 4$ min. (0,5 pt pour la réponse + 0,5 pt pour la majoration) (1)
- d) Parmi les 20 coureurs de moins de 5 minutes (issues équiprobables), 6 ont mis moins de 4 minutes : $P = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,3$. (0,5 pt pour le dénombrement + 0,5 pt pour la probabilité) (1)

Astuce — avec des données regroupées en classes, on n'obtient que des estimations ou des encadrements : on raisonne sur les bornes des classes, jamais sur des valeurs inventées.

Exercice 4 – Problème — les sachets de bonbons

(4 pts)

- a) Somme : $28 \times 2 + 29 \times 3 + 30 \times 8 + 31 \times 5 + 32 \times 2 = 56 + 87 + 240 + 155 + 64 = 602$. Moyenne : $602 \div 20 = 30,1$ bonbons. (0,5 pt pour la somme + 0,5 pt pour la moyenne) (1)
- b) 20 valeurs : la médiane est entre la 10^e et la 11^e valeur. Effectifs cumulés : 2 ; 5 ; 13 ; ... Les rangs 6 à 13 valent 30, donc la 10^e et la 11^e valent 30 : médiane = 30 bonbons. (0,5 pt pour les effectifs cumulés + 0,5 pt pour la médiane) (1)
- c) Moins de 30 bonbons : $2 + 3 = 5$ sachets sur 20 : $P = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- d) Au moins 30 bonbons : $8 + 5 + 2 = 15$ sachets, fréquence $\frac{15}{20} = 0,75$. Avec une probabilité de 0,9, on attendrait environ 18 sachets sur 20. L'écart est net, mais 20 sachets, c'est peu : le contrôle rend l'affirmation douteuse sans la réfuter avec certitude ; il faudrait contrôler beaucoup plus de sachets. (0,5 pt pour la fréquence + 0,5 pt pour la conclusion nuancée) (1)

Méthode — pour juger une probabilité annoncée, on la confronte à une fréquence observée ; plus l'échantillon est grand, plus la conclusion est fiable.

Exercice 5 – Qui a raison ?

(4 pts)

- a) Vrai. Chaque valeur est inférieure ou égale à la plus grande, donc la somme des n valeurs est au plus n fois la plus grande, et la moyenne (somme divisée par n) est au plus égale à la plus grande valeur. Même raisonnement avec la plus petite. (0,5 pt pour la réponse + 0,5 pt pour la justification) (1)
- b) Faux. Les 5 boules sont équiprobables, 3 sont rouges : $P(\text{rouge}) = \frac{3}{5} = 0,6$. Les deux couleurs n'ont pas la même chance. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) Moyennes : $30 \div 3 = 10$ pour les deux ; médianes : 10 pour les deux. Mais les étendues valent $10 - 10 = 0$ et $20 - 0 = 20$: B est très dispersée, A pas du tout. Nina a tort : moyenne et médiane ne disent rien de la dispersion. (0,5 pt pour les indicateurs + 0,5 pt pour la conclusion) (1)
- d) Faux. Tableau des issues : PP, PF, FP, FF, soit 4 issues équiprobables. $P(\text{deux Pile}) = \frac{1}{4}$, $P(\text{deux Face}) = \frac{1}{4}$, $P(\text{un de chaque}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. (0,5 pt pour le tableau + 0,5 pt pour les probabilités) (1)

Erreur fréquente — Hugo et Adam commettent la même faute : compter des résultats au lieu d'issues de même chance, comme on confondrait en statistiques les valeurs et leurs effectifs.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).