

Corrigé et barème – Statistiques et probabilités — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Les paniers de Léa

(4 pts)

- Somme des valeurs : $7 + 12 + 5 + 9 + 12 + 8 + 15 + 6 + 7 = 81$. Moyenne : $81 \div 9 = 9$. Léa marque en moyenne 9 paniers par match. (0,5 pt pour la somme + 0,5 pt pour la moyenne) (1)
- Série rangée : 5 ; 6 ; 7 ; 7 ; 8 ; 9 ; 12 ; 12 ; 15. Il y a 9 valeurs (nombre impair) : la médiane est la valeur du milieu, la 5^e, soit 8 paniers. Il y a bien 4 valeurs avant et 4 valeurs après. (0,5 pt pour le rangement + 0,5 pt pour la médiane) (1)
- Étendue = $15 - 5 = 10$ paniers. Elle mesure l'écart entre le meilleur et le moins bon match, c'est-à-dire la dispersion des résultats de Léa. (0,5 pt pour le calcul + 0,5 pt pour l'interprétation) (1)
- Les matchs à plus de 10 paniers sont ceux à 12, 12 et 15 : effectif 3. Fréquence : $\frac{3}{9} = \frac{1}{3} \approx 0,333$, soit environ 33 %. (0,5 pt pour l'effectif + 0,5 pt pour la fréquence et le pourcentage) (1)

Méthode — pour la médiane, on range toujours la série d'abord : la valeur « du milieu » d'une liste non rangée ne veut rien dire.

Exercice 2 – Le sac de jetons

(4 pts)

- Il y a $5 + 8 + 7 = 20$ jetons, donc 20 issues. Les jetons sont indiscernables au toucher et tirés au hasard : chacun a la même chance d'être tiré, les 20 issues sont équiprobables. (0,5 pt pour le nombre d'issues + 0,5 pt pour la justification) (1)
- 5 issues favorables sur 20 : $P(\text{rouge}) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25$. (1 pt) (1)
- $P(\text{vert}) = \frac{7}{20}$. « Ne pas tirer un vert » est l'événement contraire : $1 - \frac{7}{20} = \frac{13}{20} = 0,65$. (0,5 pt pour l'événement contraire + 0,5 pt pour le résultat) (1)
- Pour une chance sur deux, il faut autant de jetons rouges que de jetons non rouges. Il y a $8 + 7 = 15$ jetons non rouges, il faut donc 15 jetons rouges : on en ajoute $15 - 5 = 10$. Vérification : $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$. (0,5 pt pour le raisonnement + 0,5 pt pour le résultat vérifié) (1)

Astuce — l'expression « ne pas ... » signale un événement contraire : calculer $1 - P$ est souvent plus rapide que compter toutes les autres issues.

Exercice 3 – Le dé de Nour

(4 pts)

- a) Fréquence = $\frac{10}{50} = 0,2$, soit 20 %. (0,5 pt pour la fraction + 0,5 pt pour le pourcentage) (1)
- b) Somme des résultats : $1 \times 7 + 2 \times 9 + 3 \times 8 + 4 \times 10 + 5 \times 6 + 6 \times 10 = 7 + 18 + 24 + 40 + 30 + 60 = 179$. Moyenne : $179 \div 50 = 3,58$. (0,5 pt pour la somme pondérée + 0,5 pt pour la moyenne) (1)
- c) Il y a 50 valeurs (nombre pair) : la médiane est entre la 25^e et la 26^e valeur de la série rangée. Effectifs cumulés : 7 ; 16 ; 24 ; 34 ; 40 ; 50. Les valeurs de rang 25 à 34 valent 4, donc la 25^e et la 26^e valent 4 : la médiane est 4. (0,5 pt pour les effectifs cumulés + 0,5 pt pour la médiane) (1)
- d) Le dé est équilibré : 6 issues équiprobables, donc $P(4) = \frac{1}{6} \approx 0,17$. La fréquence 0,2 en est proche sans être égale : sur seulement 50 lancers, les fréquences fluctuent ; elles se rapprochent de $\frac{1}{6}$ quand le nombre de lancers devient très grand. (0,5 pt pour la probabilité + 0,5 pt pour l'explication) (1)
- Piège** — une fréquence observée n'est pas une probabilité : elle change d'une série de lancers à l'autre, alors que la probabilité reste $\frac{1}{6}$.

Exercice 4 – Les animaux de la classe

(4 pts)

- a) Somme : $0 \times 6 + 1 \times 9 + 2 \times 5 + 3 \times 3 + 4 \times 2 = 0 + 9 + 10 + 9 + 8 = 36$ animaux. Moyenne : $36 \div 25 = 1,44$ animal par élève. (0,5 pt pour la somme + 0,5 pt pour la moyenne) (1)
- b) 25 valeurs (nombre impair) : la médiane est la 13^e valeur. Effectifs cumulés : 6 ; 15 ; ... Les valeurs de rang 7 à 15 valent 1, donc la 13^e vaut 1 : médiane = 1 animal. (0,5 pt pour le rang + 0,5 pt pour la médiane) (1)
- c) 25 élèves équiprobables, 6 sans animal : $P = \frac{6}{25} = 0,24$. (1 pt) (1)
- d) « Au plus un animal » : $6 + 9 = 15$ élèves, $P = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$. « Au moins deux » est l'événement contraire : $1 - 0,6 = 0,4$. Vérification : $\frac{5 + 3 + 2}{25} = \frac{10}{25} = 0,4$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Erreur fréquente — diviser la somme 36 par le nombre de valeurs différentes (5) au lieu de l'effectif total (25) : une moyenne pondérée se divise toujours par l'effectif total.

Exercice 5 – Vrai ou faux ?

(4 pts)

- a) Faux. Contre-exemple : 2 ; 4 ; 6 ; 10. Il y a 4 valeurs : la médiane est entre 4 et 6, soit $\frac{4+6}{2} = 5$, qui n'est pas une valeur de la série. (0,5 pt pour la réponse + 0,5 pt pour le contre-exemple) (1)
- b) Faux : une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1 ; $1,2 > 1$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) Vrai. Avec n valeurs, la somme augmente de $2 \times n$; divisée par n , la moyenne augmente de 2. Exemple : 3 ; 5 ; 10 a pour moyenne $18 \div 3 = 6$ et 5 ; 7 ; 12 a pour moyenne $24 \div 3 = 8$. (0,5 pt pour la réponse + 0,5 pt pour la justification générale) (1)
- d) Faux. Ils sont incompatibles (2 n'est pas impair), mais pas contraires : les issues 4 et 6 ne réalisent aucun des deux. D'ailleurs $\frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} \neq 1$. (0,5 pt pour la réponse + 0,5 pt pour la justification) (1)

Méthode — pour prouver qu'une affirmation est fausse, un seul contre-exemple suffit ; pour prouver qu'elle est vraie, un exemple ne suffit pas, il faut un argument général.