Corrigé et barème – relatifs et fractions — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4e

Exercice 1 – Enchaînements avec des relatifs *(4 pts)*

a) Multiplications et divisions de gauche à droite : $(-12) \div (-4) = 3$ (même signe), puis $3 \times (-5) = -15$. Enfin $A = -15 + 8 = -7$. (0,5 pt pour -15 + 0,5 pt pour -7) (1)

b) Parenthèse : $5 - 11 = -6$. Puissances : $(-2)^3 = -8$ et $(-6)^2 = 36$. Produit : $3 \times (-8) = -24$. Donc $B = -24 - 36 = -60$. (0,5 pt pour -8 et 36 + 0,5 pt pour -60) (1)

c) Numérateur : $(-4) \times 9 + 6 = -36 + 6 = -30$. Dénominateur : $-7 + 2 = -5$. $C = (-30) \div (-5) = 6$ (même signe : positif). (0,5 pt pour le numérateur et le dénominateur + 0,5 pt pour 6) (1)

d) Une division à trou se complète par une multiplication : $35 \times (-0{,}2) = -7$. Vérification : $(-7) \div (-0{,}2)$ est positif et $7 \div 0{,}2 = 70 \div 2 = 35$. Le nombre manquant est -7. (0,5 pt + 0,5 pt pour la vérification) (1)

Piège — des multiplications et des divisions qui se suivent se calculent de gauche à droite : dans A, on ne commence pas par $(-4) \times (-5)$.

Exercice 2 – Comparer des nombres rationnels *(4 pts)*

a) $\dfrac{-5}{-4} = \dfrac{5}{4}$ (deux signes moins : positif) et $-1{,}25 = -\dfrac{125}{100} = -\dfrac{5}{4}$. Avec le dénominateur 24 : $-\dfrac{7}{6} = -\dfrac{28}{24}$; $-\dfrac{5}{4} = -\dfrac{30}{24}$; $-\dfrac{9}{8} = -\dfrac{27}{24}$; $1 = \dfrac{24}{24}$; $\dfrac{5}{4} = \dfrac{30}{24}$. Comme $-30 < -28 < -27 < 24 < 30$: $-1{,}25 < -\dfrac{7}{6} < -\dfrac{9}{8} < 1 < \dfrac{-5}{-4}$. (0,5 pt pour les signes et $-1{,}25 = -\dfrac{5}{4}$ + 0,5 pt pour l'ordre) (1)

b) Sans le signe : $47 = 9 \times 5 + 2$, donc $5 < \dfrac{47}{9} < 6$. En passant aux opposés, les inégalités changent de sens : $-6 < -\dfrac{47}{9} < -5$. (0,5 pt pour la division euclidienne + 0,5 pt pour l'encadrement des opposés) (1)

c) Avec le dénominateur 35 : $-\dfrac{3}{5} = -\dfrac{21}{35}$ et $-\dfrac{4}{7} = -\dfrac{20}{35}$; il n'y a pas d'entier entre -21 et -20. Avec le dénominateur 70 : $-\dfrac{42}{70}$ et $-\dfrac{40}{70}$, donc $-\dfrac{3}{5} < -\dfrac{41}{70} < -\dfrac{4}{7}$. (1 pt ; toute autre fraction juste et justifiée est acceptée, par exemple $-\dfrac{83}{140}$ ou $-\dfrac{59}{100}$) (1)

d) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2$ a deux facteurs négatifs : il est positif. $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3$ a trois facteurs négatifs : il est négatif. Un nombre négatif est plus petit qu'un nombre positif, donc $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3 < \left(-\dfrac{2}{3}\right)^2$. (0,5 pt pour les deux signes + 0,5 pt pour la comparaison) (1)

Astuce — quand il n'y a aucun numérateur entier entre deux fractions de même dénominateur, on double ce dénominateur : il apparaît de la place entre les deux numérateurs.

Exercice 3 – Les quatre opérations sur les fractions *(4 pts)*

a) Le produit d'abord : $\frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 2 \times 2} = \frac{3}{2} = \frac{9}{6}$. Puis $D = \frac{5}{6} - \frac{9}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$. (0,5 pt pour le produit + 0,5 pt pour $-\frac{2}{3}$) (1)

b) Parenthèse : $-\frac{9}{12} + \frac{2}{12} = -\frac{7}{12}$. Puis on multiplie par l'inverse de $\frac{7}{2}$: $E = -\frac{7}{12} \times \frac{2}{7} = -\frac{7 \times 2}{2 \times 6 \times 7} = -\frac{1}{6}$. (0,5 pt pour la parenthèse + 0,5 pt pour $-\frac{1}{6}$) (1)

c) Numérateur : $\frac{2}{5} - \frac{5}{5} = -\frac{3}{5}$. Puis $F = -\frac{3}{5} \div \frac{3}{10} = -\frac{3}{5} \times \frac{10}{3} = -\frac{30}{15} = -2$. (0,5 pt pour le numérateur + 0,5 pt pour -2) (1)

d) La division d'abord : $\frac{5}{6} \div \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{6} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}$. Puis $G = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$. (0,5 pt pour le quotient + 0,5 pt pour 0) (1)

Erreur fréquente — dans D ou dans G, commencer par la soustraction donne un résultat faux : le produit ou le quotient passe avant, même s'il est écrit à droite.

Exercice 4 – Qui a raison ? *(4 pts)*

a) Emma a tort. $-\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{-3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{-3-2}{12} = -\frac{5}{12}$. On retire un nombre positif à $-\frac{1}{4}$: le résultat est encore plus loin de zéro que $-\frac{1}{4}$, il ne peut pas valoir $-\frac{1}{12}$. (0,5 pt pour « tort » justifié + 0,5 pt pour $-\frac{5}{12}$) (1)

b) Yanis a tort : il a calculé $\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4}\right) \times 2$. Le produit passe avant : $\frac{5}{4} \times 2 = \frac{10}{4}$, puis $\frac{3}{4} - \frac{10}{4} = -\frac{7}{4}$. (0,5 pt pour l'erreur de priorité + 0,5 pt pour $-\frac{7}{4}$) (1)

c) Lou a raison. Quatre facteurs négatifs, c'est un nombre pair : le produit est positif. $1{,}5 \times 2 = 3$ et $0{,}4 \times 5 = 2$, puis $3 \times 2 = 6$. (0,5 pt pour le signe + 0,5 pt pour la valeur) (1)

d) Sacha a raison. Diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse ; l'inverse de $\frac{2}{5}$ est $\frac{5}{2} = 2{,}5$. Contrôle : $\frac{2}{5} \times 2{,}5 = 0{,}4 \times 2{,}5 = 1$. (1 pt) (1)

Méthode — pour juger une affirmation, on refait le calcul soi-même, puis on contrôle le signe et l'ordre de grandeur du résultat annoncé.

Exercice 5 – Problème — Le terrain de la commune *(4 pts)*

a) Aire = longueur × largeur : $\frac{4}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{4 \times 5}{5 \times 2 \times 4} = \frac{1}{2}$. L'aire du terrain est $\frac{1}{2}$ km². (1 pt) (1)

b) Les $\frac{3}{10}$ de $\frac{1}{2}$ km² : $\frac{3}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{20}$. La forêt a une aire de $\frac{3}{20}$ km². (1 pt) (1)

c) Aire restante : $\frac{1}{2} - \frac{3}{20} = \frac{10}{20} - \frac{3}{20} = \frac{7}{20}$ km². On cherche combien de fois $\frac{1}{40}$ est contenu dans $\frac{7}{20}$: $\frac{7}{20} \div \frac{1}{40} = \frac{7}{20} \times 40 = \frac{280}{20} = 14$. On obtient 14 parcelles. (0,5 pt pour l'aire restante + 0,5 pt pour la division) (1)

d) Aire vendue : $5 \times \frac{1}{40} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$ km². Le terrain mesure $\frac{1}{2}$ km² : la fraction vendue est $\frac{1}{8} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4}$. La commune a vendu le quart du terrain. (0,5 pt pour $\frac{1}{8}$ km² + 0,5 pt pour $\frac{1}{4}$; la réponse « $\frac{1}{8}$ du terrain » ne reçoit que 0,5 pt) (1)

Piège — une aire de $\frac{1}{8}$ km² n'est pas « $\frac{1}{8}$ du terrain » : le terrain ne mesure pas 1 km², il faut comparer à son aire de $\frac{1}{2}$ km².

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).