

Corrigé et barème – Pythagore, Thalès et cosinus — niveau



Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Automatismes

(4 pts)

- a) L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit : $[RT]$. Le côté adjacent à $\widehat{SRT}$ (qui n'est pas l'hypoténuse) est $[RS]$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- b) $\cos(\widehat{SRT}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{RS}{RT}$. (1 pt) (1)
- c) Faux : le côté adjacent est plus court que l'hypoténuse, donc le quotient $\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ est compris entre 0 et 1. (0,5 pt pour « faux », 0,5 pt pour la justification) (1)
- d) D'après le théorème de Thalès, $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$, donc $0,4 = \frac{MN}{15}$ et $MN = 0,4 \times 15 = 6$ cm. (0,5 pt pour l'égalité, 0,5 pt pour le résultat) (1)

Méthode — avant tout calcul, repère l'angle droit : il désigne l'hypoténuse, et c'est à partir d'elle qu'on nomme les autres côtés.

Exercice 2 – Pythagore dans tous les sens

(4 pts)

- a) EFG est rectangle en F , donc d'après le théorème de Pythagore : $EG^2 = EF^2 + FG^2 = 81 + 144 = 225$, d'où $EG = \sqrt{225} = 15$ cm. (0,5 pt pour l'égalité, 0,5 pt pour le résultat) (1)
- b) L'hypoténuse est $[LM]$: $LM^2 = KL^2 + KM^2$, donc $KM^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = 72,25 - 56,25 = 16$ et $KM = 4$ cm. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) Le plus long côté est $[UW]$: $UW^2 = 61^2 = 3\,721$ et $UV^2 + VW^2 = 121 + 3\,600 = 3\,721$. L'égalité est vérifiée : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, UVW est rectangle en V , le sommet opposé à $[UW]$. (0,5 pt pour les calculs, 0,5 pt pour la conclusion avec le sommet) (1)
- d) Le plus long côté est $[XZ]$: $XZ^2 = 11,5^2 = 132,25$ et $XY^2 + YZ^2 = 49 + 81 = 130$. Comme $132,25 \neq 130$, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, XYZ n'est pas rectangle. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Piège — pour un côté de l'angle droit, on soustrait : le carré de l'hypoténuse moins le carré de l'autre côté. Un côté plus long que l'hypoténuse doit alerter.

Exercice 3 – Cosinus : longueurs et angles

(4 pts)

- a) Dans ABC rectangle en B , $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}$, donc $AB = 12 \times \cos(38^\circ) \approx 9,5$ cm. (0,5 pt pour la formule, 0,5 pt pour le résultat) (1)
- b) Dans DEF rectangle en D , $\cos(\widehat{DEF}) = \frac{DE}{EF}$, donc $EF = \frac{4,5}{\cos(52^\circ)} \approx 7,3$ cm. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) Dans GHI rectangle en H , $\cos(\widehat{HGI}) = \frac{GH}{GI} = \frac{5}{8} = 0,625$, donc $\widehat{HGI} = \cos^{-1}(0,625) \approx 51^\circ$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- d) D'après le théorème de Pythagore dans GHI rectangle en H : $HI^2 = GI^2 - GH^2 = 64 - 25 = 39$, donc $HI = \sqrt{39} \approx 6,2$ cm. (0,5 pt pour la valeur exacte, 0,5 pt pour l'arrondi) (1)

Astuce — si l'inconnue est au numérateur, on multiplie par le cosinus ; si c'est l'hypoténuse, au dénominateur, on divise. Vérifie que la calculatrice est en degrés.

Exercice 4 – Triangles emboîtés**(4 pts)**

- a) ABC est rectangle en B : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 100 + 56,25 = 156,25$, donc $AC = 12,5$ cm. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- b) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$: d'après le théorème de Thalès, $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. Donc $\frac{4}{10} = \frac{MN}{7,5}$ et $MN = 0,4 \times 7,5 = 3$ cm. (0,5 pt pour l'égalité, 0,5 pt pour le résultat) (1)
- c) $\frac{4}{10} = \frac{AN}{12,5}$, donc $AN = 0,4 \times 12,5 = 5$ cm. (1 pt) (1)
- d) Le plus long côté de AMN est $[AN]$: $AN^2 = 25$ et $AM^2 + MN^2 = 16 + 9 = 25$. L'égalité est vérifiée, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, AMN est rectangle en M . (0,5 pt pour les calculs, 0,5 pt pour la conclusion) (1)

Erreur fréquente — dans les rapports de Thalès, on compare toujours le petit triangle au grand : AM avec AB , et non AM avec MB .

Exercice 5 – Problème — le tremplin**(4 pts)**

- a) ABC est rectangle en B : $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 27,04 - 23,04 = 4$, donc $BC = 2$ m. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- b) $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC} = \frac{4,8}{5,2}$, donc $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\frac{4,8}{5,2}\right) \approx 23^\circ$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) (MN) et (BC) sont toutes deux perpendiculaires au sol (AB) , donc parallèles. D'après le théorème de Thalès, $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} : \frac{1,8}{4,8} = \frac{MN}{2}$, donc $MN = \frac{1,8 \times 2}{4,8} = 0,75$ m. (0,5 pt pour le parallélisme, 0,5 pt pour le calcul) (1)
- d) $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} : AN = \frac{1,8 \times 5,2}{4,8} = 0,375 \times 5,2 = 1,95$ m. (1 pt) (1)

Méthode — deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles : c'est souvent la justification attendue avant d'appliquer Thalès à des hauteurs.