

Devoir surveillé – Proportionnalité, vitesse et notion de fonction — niveau ★★★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes justifiés

(3 pts)

- a) f est une fonction linéaire telle que $f(6) = -9$. Calcule $f(-10)$, puis l'antécédent de 21 par f .
- b) Après une hausse de 20 %, un prix vaut 57,60 €. Quel était le prix initial ?
- c) Convertis 54 km/h en m/s, puis calcule la distance parcourue en 12 s à cette vitesse.

Exercice 2 – Calculs en fractions

(4 pts)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{5}{4}$. Donne chaque résultat sous forme de fraction irréductible.

- a) Calcule $f\left(-\frac{3}{4}\right)$.
- b) Calcule l'image de $\frac{9}{8}$ par f .
- c) Détermine l'antécédent de $\frac{1}{6}$ par f .
- d) Les valeurs $f(x)$ sont-elles proportionnelles aux valeurs de x ? Justifie.

Exercice 3 – Recherche — des minutes entières

(5 pts)

Un cycliste parcourt 12 km à vitesse constante v , en km/h. On note $t(v)$ la durée du trajet, en minutes.

- a) Justifie que $t(v) = \frac{720}{v}$, puis calcule $t(16)$.
- b) La durée est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifie à l'aide de $t(10)$ et $t(20)$.
- c) Détermine l'antécédent de 48 par la fonction t et interprète.
- d) Trouve toutes les vitesses entières v comprises entre 10 et 40 km/h (bornes incluses) pour lesquelles la durée est un nombre entier de minutes. Justifie que tu n'en oublies aucune.

Exercice 4 – Problème — la maquette

(4 pts)

Sur la maquette d'un immeuble à l'échelle $\frac{1}{400}$, la façade est un rectangle de 15 cm de long et 7,5 cm de haut. Les vitres occupent 40 % de la façade. Une entreprise facture le nettoyage des vitres 2,50 € par m², plus 150 € de déplacement ; on note $C(s)$ le prix, en euros, pour s m² nettoyés.

- a) Calcule les dimensions réelles de la façade, en mètres.
- b) Calcule l'aire réelle des vitres, en m².
- c) Exprime $C(s)$, calcule le prix du nettoyage de toutes les vitres et dis si C est linéaire. Avec un budget de 1 400 €, quelle aire peut-on faire nettoyer ?
- d) Quelle est l'aire des vitres sur la maquette, en cm² ? Justifie de deux façons.

Exercice 5 – Défi — ce que cache une fonction linéaire

(4 pts)

Soit f une fonction linéaire de coefficient a : $f(x) = ax$.

- a) Démontre que, pour tous nombres x et y , $f(x + y) = f(x) + f(y)$.
- b) Démontre que, pour tous nombres k et x , $f(kx) = k \times f(x)$.
- c) Une fonction g vérifie $g(4) = 10$, $g(6) = 15$ et $g(10) = 24$. La fonction g peut-elle être linéaire ? Justifie sans calculer de coefficient.
- d) Un prix augmente de 60 %, puis baisse de p % : on retrouve exactement le prix de départ, quel qu'il soit. Détermine p et explique pourquoi la réponse ne dépend pas du prix.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).