

# Corrigé et barème – Proportionnalité, vitesse et notion de fonction — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4<sup>e</sup>

## Exercice 1 – Qui a raison ?

(4 pts)

- a) Faux. Après une réduction de 30 %, il reste  $100\% - 30\% = 70\%$  du prix : on multiplie par 0,7.  
Exemple : 100 € devient 70 €, et non 30 €. (1 pt) (1)
- b) Vrai.  $g(x) = -4 \times x$  est de la forme  $ax$  avec  $a = -4$  ;  $g(-2,5) = -4 \times (-2,5) = 10$ . (1 pt : 0,5 pt par partie) (1)
- c) Faux.  $\frac{7,5}{3} = 2,5$  et  $\frac{20}{8} = 2,5$ , mais  $14 \times 2,5 = 35 \neq 34$ . (1 pt) (1)
- d) Faux.  $h(2) = 4 + 1 = 5$  et  $h(-2) = 4 + 1 = 5$  : 5 a au moins deux antécédents, 2 et -2. (1 pt) (1)

**Méthode** — pour prouver qu'une affirmation est fausse, un seul contre-exemple suffit ; pour prouver qu'elle est vraie, il faut un calcul ou un argument général.

## Exercice 2 – La sortie à vélo

(4 pts)

- a)  $d(30) = 11$  : au bout de 30 minutes, le cycliste a parcouru 11 km. (1 pt : 0,5 pt pour la valeur, 0,5 pt pour la phrase) (1)
- b)  $d(20) = 8$  donc l'antécédent de 8 est 20 ;  $d(40) = 14$  donc l'antécédent de 14 est 40. (1 pt : 0,5 pt chacun) (1)
- c) Non.  $\frac{4}{10} = 0,4$  et  $\frac{8}{20} = 0,4$ , mais  $\frac{11}{30} \approx 0,37 \neq 0,4$ . La distance n'est proportionnelle au temps que sur les 20 premières minutes. (1 pt) (1)
- d)  $20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h}$  :  $v = 8 \div \frac{1}{3} = 8 \times 3 = 24 \text{ km/h}$ . Toute la sortie :  $50 \text{ min} = \frac{5}{6} \text{ h}$ ,  $v = 17 \times \frac{6}{5} = 20,4 \text{ km/h}$ . (1 pt : 0,5 pt par vitesse) (1)

**Erreur fréquente** — diviser 17 km par 50 ne donne pas une vitesse en km/h : il faut d'abord convertir les minutes en heures ( $50 \text{ min} = \frac{5}{6} \text{ h}$ , et non 0,5 h).

## Exercice 3 – Hausse puis baisse

(4 pts)

- a)  $P(x) = x + \frac{12}{100}x = x + 0,12x = 1,12x$ . C'est de la forme  $ax$  :  $P$  est linéaire, de coefficient 1,12. (1 pt : 0,5 pt pour la formule, 0,5 pt pour la justification) (1)
- b)  $P(250) = 1,12 \times 250 = 280 \text{ €}$ . (1 pt) (1)
- c)  $1,12x = 42$ , donc  $x = 42 \div 1,12 = 37,5$ . Vérification :  $1,12 \times 37,5 = 42$ . Le prix était 37,50 €. (1 pt) (1)
- d) Baisser de 12 %, c'est multiplier par 0,88 :  $280 \times 0,88 = 246,40 \text{ €}$ . Il ne retrouve pas 250 €. Globalement,  $1,12 \times 0,88 = 0,9856$  : le prix a baissé de 1,44 % (vérification :  $250 \times 0,9856 = 246,40$ ). (1 pt : 0,5 pt pour le nouveau prix, 0,5 pt pour le pourcentage global) (1)

**Piège** — une hausse et une baisse du même pourcentage ne se compensent pas : la baisse s'applique à un prix plus grand, donc elle retire davantage d'euros.

**Exercice 4 – La carte du trail***(4 pts)*

- a)  $1 \text{ km} = 100\,000 \text{ cm}$ . 5 cm représentent 100 000 cm, donc 1 cm représente  $100\,000 \div 5 = 20\,000 \text{ cm}$  : l'échelle est  $\frac{1}{20\,000}$ . (1 pt : 0,5 pt pour la conversion, 0,5 pt pour l'échelle) (1)
- b) 1 cm représente  $1 \div 5 = 0,2 \text{ km}$ , donc  $L(c) = 0,2c$ . C'est de la forme  $ax$  :  $L$  est linéaire, de coefficient 0,2 km/cm. (1 pt) (1)
- c)  $L(23) = 0,2 \times 23 = 4,6 \text{ km}$ . Pour 3 km :  $0,2c = 3$ , donc  $c = 3 \div 0,2 = 15 \text{ cm}$ . (1 pt : 0,5 pt par réponse) (1)
- d)  $t = \frac{4,6}{12} \text{ h} = \frac{4,6}{12} \times 60 \text{ min} = 4,6 \times 5 = 23 \text{ min}$ . (1 pt : 0,5 pt pour la formule, 0,5 pt pour la conversion en minutes) (1)

**Astuce** — pour trouver une échelle, on exprime les deux longueurs dans la même unité (ici en cm) avant de diviser la longueur réelle par la longueur sur la carte.

**Exercice 5 – Problème — la course poursuite***(4 pts)*

- a)  $9 \text{ km/h} = \frac{9\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 150 \text{ m/min}$  ;  $7,2 \text{ km/h} = \frac{7\,200}{60} = 120 \text{ m/min}$ . (1 pt : 0,5 pt par conversion) (1)
- b) En  $t$  minutes, Inès parcourt  $150 \times t \text{ m}$  depuis son départ. Noé parcourt  $120t \text{ m}$  mais part 800 m plus loin :  $N(t) = 800 + 120t$ . Seule  $I$  est linéaire ( $N(0) = 800 \neq 0$ ). (1 pt) (1)
- c)  $I(20) = 150 \times 20 = 3\,000 \text{ m}$  ;  $N(20) = 800 + 120 \times 20 = 800 + 2\,400 = 3\,200 \text{ m}$ . Noé est encore devant, de 200 m. (1 pt : 0,5 pt pour les calculs, 0,5 pt pour la conclusion) (1)
- d) On résout  $150t = 800 + 120t$  :  $30t = 800$ ,  $t = \frac{800}{30} = \frac{80}{3} \text{ min} = 26 \text{ min} + \frac{2}{3} \text{ min} = 26 \text{ min } 40 \text{ s}$ . Inès a parcouru  $150 \times \frac{80}{3} = 4\,000 \text{ m}$  (vérification :  $800 + 120 \times \frac{80}{3} = 800 + 3\,200 = 4\,000$ ). (1 pt : 0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour la durée et la distance) (1)

**Méthode** — « rattraper » se traduit par « même position au même instant » : on écrit l'égalité  $I(t) = N(t)$  et on résout l'équation du premier degré obtenue.