

Corrigé et barème – Proportionnalité, vitesse et notion de fonction — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Au marché

(4 pts)

- $p(5) = 2,4 \times 5 = 12$ et $p(0,5) = 2,4 \times 0,5 = 1,2$. Donc 5 kg coûtent 12 € et 0,5 kg coûte 1,20 €. (1 pt : 0,5 pt par image) (1)
- On cherche m tel que $2,4m = 6$, donc $m = 6 \div 2,4 = 2,5$. Vérification : $2,4 \times 2,5 = 6$. Avec 6 €, on achète 2,5 kg de pommes. (1 pt : 0,5 pt pour le calcul, 0,5 pt pour la phrase) (1)
- Oui : $p(m) = 2,4 \times m$, on multiplie toujours la masse par le même nombre ; p est une fonction linéaire. Le coefficient est 2,4 €/kg, c'est le prix d'un kilogramme. (1 pt : 0,5 pt pour la justification, 0,5 pt pour le coefficient avec son unité) (1)
- Second maraîcher : $6,90 \div 3 = 2,30$ €/kg. Premier maraîcher : 2,40 €/kg. Comme $2,30 < 2,40$, le second est le moins cher au kilogramme. (1 pt : 0,5 pt pour le prix au kg, 0,5 pt pour la conclusion) (1)

Méthode — une situation de proportionnalité se traduit toujours par une fonction de la forme $x \mapsto ax$: le coefficient a est la valeur pour une unité (ici le prix d'un kilogramme).

Exercice 2 – Images et antécédents

(4 pts)

- $f(4) = 3 \times 4 - 7 = 12 - 7 = 5$. L'image de 4 par f est 5. (1 pt) (1)
- $f(-2) = 3 \times (-2) - 7 = -6 - 7 = -13$. (1 pt) (1)
- $f(-1) = -3 - 7 = -10$; $f(0) = 0 - 7 = -7$; $f(2,5) = 7,5 - 7 = 0,5$. (1 pt : 0,5 pt si une seule erreur) (1)
- On résout $3x - 7 = 11$: $3x = 11 + 7 = 18$, donc $x = 18 \div 3 = 6$. Vérification : $f(6) = 18 - 7 = 11$. L'antécédent de 11 est 6. (1 pt : 0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour la résolution) (1)

Piège — l'image se calcule en remplaçant x par le nombre ; l'antécédent se trouve en résolvant une équation. Ne pas confondre $f(11)$ et « l'antécédent de 11 ».

Exercice 3 – La remise

(4 pts)

- Remise : $\frac{15}{100} \times 40 = 6$ €. Prix après remise : $40 - 6 = 34$ €. (1 pt : 0,5 pt pour la remise, 0,5 pt pour le prix) (1)
- Remise : $\frac{15}{100} \times x = 0,15x$. Prix après remise : $x - 0,15x = (1 - 0,15)x = 0,85x$. (1 pt) (1)
- Oui, $r(x)$ est de la forme $a \times x$ avec $a = 0,85$: r est linéaire de coefficient 0,85. (1 pt) (1)
- On cherche l'antécédent de 68 : $0,85x = 68$, donc $x = 68 \div 0,85 = 80$. Vérification : $0,85 \times 80 = 68$. Le prix affiché était 80 €. (1 pt : 0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour le résultat) (1)

Astuce — baisser de 15 %, c'est multiplier par 0,85 ; pour retrouver le prix de départ, on divise par 0,85 et surtout pas on ajoute 15 %.

Exercice 4 – Randonnée sur la carte*(4 pts)*

- a) $18 \times 25\,000 = 450\,000 \text{ cm} = 4\,500 \text{ m} = 4,5 \text{ km}$. (1 pt : 0,5 pt pour le calcul, 0,5 pt pour la conversion) (1)
- b) $t = \frac{d}{v} = \frac{4,5}{3} = 1,5 \text{ h} = 1 \text{ h } 30 \text{ min}$. Arrivée : $9 \text{ h } 15 + 1 \text{ h } 30 = 10 \text{ h } 45$. (1 pt : 0,5 pt pour la durée, 0,5 pt pour l'heure) (1)
- c) $27 \text{ min} = \frac{27}{60} \text{ h} = 0,45 \text{ h}$. $v = \frac{4,5}{0,45} = 10 \text{ km/h}$. (1 pt : 0,5 pt pour la conversion, 0,5 pt pour la vitesse) (1)
- d) $2,4 \times 25\,000 = 60\,000 \text{ cm} = 600 \text{ m}$. (1 pt) (1)

Erreur fréquente — 1,5 h ne vaut pas 1 h 50 min mais 1 h 30 min : une heure compte 60 minutes, pas 100.

Exercice 5 – Problème — la piscine gonflable*(4 pts)*

- a) $V(4) = 150 + 30 \times 4 = 150 + 120 = 270$. Au bout de 4 minutes, la piscine contient 270 L. (1 pt : 0,5 pt pour le calcul, 0,5 pt pour la phrase) (1)
- b) Non : $V(0) = 150 \neq 0$. Autre justification : $V(2) = 210$ et $V(4) = 270$; la durée double mais $270 \neq 2 \times 210$. La fonction V n'est pas linéaire. (1 pt) (1)
- c) On résout $150 + 30t = 600$: $30t = 450$, donc $t = 450 \div 30 = 15$. La piscine est pleine au bout de 15 min. (1 pt : 0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour la solution) (1)
- d) $30 \times 60 = 1\,800 \text{ L/h}$; $1\,800 \text{ L} = 1,8 \text{ m}^3$, donc le débit est $1,8 \text{ m}^3/\text{h}$. (1 pt : 0,5 pt par conversion) (1)

Piège — une grandeur qui augmente régulièrement n'est pas forcément proportionnelle : s'il y a une valeur de départ non nulle, le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.