

Corrigé et barème – Fractions, relatifs, puissances et nombres premiers — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Vrai ou faux ?

(4 pts)

- a) Faux : la somme des chiffres $5 + 1 = 6$ est divisible par 3, donc 51 aussi ; en effet $51 = 3 \times 17$, donc 51 a d'autres diviseurs que 1 et lui-même. (1 pt : 0,5 pour la réponse, 0,5 pour la justification) (1)
- b) Vrai : on calcule de gauche à droite ; $(-6) \times (-5) = 30$ (deux facteurs négatifs), puis $30 \div (-3) = -10$. (1 pt : 0,5 pour la réponse, 0,5 pour le calcul) (1)
- c) Faux : $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0,001$, qui est un nombre positif. (1 pt : 0,5 pour la réponse, 0,5 pour l'écriture décimale) (1)
- d) Vrai : 0,3 est positif et $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$. À ne pas confondre avec $0,03^2 = 0,0009$. (1 pt : 0,5 pour la réponse, 0,5 pour la vérification par le carré) (1)

Piège — un exposant négatif ne rend pas le nombre négatif : 10^{-3} est un petit nombre positif, le « moins » de l'exposant signale une division par 10^3 .

Exercice 2 – Calculs détaillés

(4 pts)

- a) La multiplication d'abord : $3 \times (-4) = -12$; puis $-7 + (-12) = -19$. (1 pt : 0,5 pour la priorité, 0,5 pour le résultat) (1)
- b) Dénominateur commun 12 : $\frac{10}{12} - \frac{21}{12} = -\frac{11}{12}$. (1 pt : 0,5 pour la mise au même dénominateur, 0,5 pour le résultat) (1)
- c) Diviser, c'est multiplier par l'inverse : $\frac{4}{9} \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -\frac{4 \times 3}{9 \times 8} = -\frac{12}{72} = -\frac{1}{6}$. (1 pt : 0,5 pour l'inverse et le signe, 0,5 pour le résultat simplifié) (1)
- d) Le carré d'abord : $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$; puis le produit : $\frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$; enfin $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. (1 pt : 0,5 pour le carré et le produit, 0,5 pour la somme) (1)

Méthode — dans un calcul mêlé, l'ordre est toujours le même : puissances, puis multiplications et divisions, puis additions et soustractions ; une ligne par étape évite de mélanger les priorités.

Exercice 3 – Puissances de 10 et écriture scientifique

(4 pts)

- a) $10^5 \times 10^{-8} = 10^{5+(-8)} = 10^{-3}$; $\frac{10^4}{10^{-2}} = 10^{4-(-2)} = 10^{4+2} = 10^6$. (1 pt : 0,5 par calcul) (1)
- b) $0,000\,45 = 4,5 \times 10^{-4}$ (la virgule se déplace de 4 rangs vers la droite) ; $38\,000\,000 = 3,8 \times 10^7$ (la virgule se déplace de 7 rangs vers la gauche). (1 pt : 0,5 par écriture) (1)
- c) On regroupe : $(2 \times 4) \times (10^3 \times 10^{-5}) = 8 \times 10^{3+(-5)} = 8 \times 10^{-2}$, soit 0,08. (1 pt : 0,5 pour le regroupement, 0,5 pour les deux écritures) (1)
- d) $(-1)^7 = -1$ (exposant impair), $5^2 = 25$ et $2^3 = 8$; donc $-1 \times 25 - 8 = -25 - 8 = -33$. (1 pt : 0,5 pour les trois puissances, 0,5 pour le résultat) (1)

Erreur fréquente — écrire « $10^4 \div 10^{-2} = 10^2$ » : on soustrait bien les exposants, mais soustraire -2 revient à ajouter 2. Les règles des nombres relatifs s'appliquent aussi aux exposants.

Exercice 4 – Nombres premiers et décompositions*(4 pts)*

- a) $49 = 7 \times 7$ et $77 = 7 \times 11$ ne sont pas premiers. 41 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, et $7^2 = 49 > 41$: il est premier. 53 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7 ($7 \times 7 = 49$ et $7 \times 8 = 56$), et $11^2 = 121 > 53$: il est premier. (1 pt : 0,5 pour 49 et 77, 0,5 pour 41 et 53 justifiés) (1)
- b) $126 = 2 \times 63 = 2 \times 3 \times 21 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$, soit $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. (1 pt : 0,5 pour les divisions successives, 0,5 pour l'écriture avec une puissance) (1)
- c) $150 = 2 \times 75 = 2 \times 3 \times 25 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$, soit $150 = 2 \times 3 \times 5^2$. (1 pt : 0,5 pour les divisions successives, 0,5 pour l'écriture avec une puissance) (1)
- d) $A = 4 \times 9 \times 25 = 36 \times 25 = 900$. En regroupant les facteurs, $A = (2 \times 3 \times 5) \times (2 \times 3 \times 5) = 30^2$; comme 30 est positif, $\sqrt{A} = 30$. (1 pt : 0,5 pour $A = 900$, 0,5 pour la racine justifiée) (1)

Astuce — pour tester si un nombre est premier, on essaie les nombres premiers 2, 3, 5, 7, 11... dans l'ordre et l'on s'arrête dès que leur carré dépasse le nombre : pour 53, inutile d'aller au-delà de 7.

Exercice 5 – Problème — le budget du club*(4 pts)*

- a) $\frac{3}{8} \times 1\,200 = 3 \times 150 = 450$ €. (1 pt : 0,5 pour le calcul, 0,5 pour le résultat avec l'unité) (1)
- b) Après les maillots, il reste $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ du budget. Les ballons en prennent les $\frac{2}{5} : \frac{2}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ du budget, soit $\frac{1}{4} \times 1\,200 = 300$ €. (1 pt : 0,5 pour la fraction $\frac{1}{4}$, 0,5 pour la somme) (1)
- c) $1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$ du budget, soit 450 €. (1 pt : 0,5 pour la mise au même dénominateur, 0,5 pour le résultat) (1)
- d) $-180 + 1\,200 - 450 - 300 = 1\,020 - 750 = 270$. Le solde est de 270 € : il est redevenu positif. (1 pt : 0,5 pour la somme algébrique, 0,5 pour le résultat) (1)

Piège — « les $\frac{2}{5}$ de ce qui reste » ne sont pas les $\frac{2}{5}$ du budget : on prend une fraction d'une fraction, donc on multiplie $\frac{2}{5}$ par $\frac{5}{8}$.