

Corrigé et barème – Repérage dans l'espace, patrons, aires et volumes — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Coordonnées et section

(4 pts)

- G est au-dessus de $C(12; 9; 0)$: $G(12; 9; 4)$. D est sur l'axe des ordonnées : $D(0; 9; 0)$. (0,5 pt par sommet) (1)
- Ordonnée 9 et altitude 4 : le point est en haut de la face arrière, sur l'arête $[HG]$ qui va de $H(0; 9; 4)$ à $G(12; 9; 4)$. Seule l'abscisse change, donc $NH = 3$ cm. (0,5 pt arête, 0,5 pt distance) (1)
- La section est le rectangle $ACGE$ ($[AE]$ et $[CG]$ sont parallèles, de même longueur et perpendiculaires à la face du bas). Dans le triangle ABC rectangle en B : $AC^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$, donc $AC = 15$ cm. (0,5 pt nature, 0,5 pt AC) (1)
- Aire : $15 \times 4 = 60$ cm². Les deux solides sont des prismes droits à base triangulaire (ABC et ACD), de hauteur 4 cm. Chacun : $\frac{12 \times 9}{2} \times 4 = 54 \times 4 = 216$ cm³ (la moitié des 432 cm³ du pavé). (0,5 pt aire, 0,5 pt volumes) (1)

Piège — la largeur de la section diagonale n'est pas une arête du pavé mais une diagonale de face : on la calcule avec le théorème de Pythagore, jamais en la mesurant sur la perspective.

Exercice 2 – Retrouver une dimension

(4 pts)

- $0,12$ dm³ = 120 cm³ ; base : $9 \times 5 = 45$ cm². $\frac{45 \times h}{3} = 120$, donc $45h = 360$ et $h = 8$ cm. (0,5 pt conversion, 0,5 pt hauteur) (1)
- 1 L = 1 000 cm³ ; $\pi \times 4^2 \times h = 1\,000$, donc $h = \frac{1\,000}{16\pi} \approx 19,9$ cm. (0,5 pt équation, 0,5 pt résultat) (1)
- Base : $\frac{5 \times 12}{2} = 30$ cm² ; $30 \times h = 450$, donc $h = 15$ cm. (0,5 pt base, 0,5 pt hauteur) (1)
- $\frac{\pi \times r^2 \times 9}{3} = 3\pi r^2 = 27\pi$, donc $r^2 = 9$ et $r = 3$ cm. Génératrice (Pythagore) : $g^2 = 9^2 + 3^2 = 90$, $g = \sqrt{90} \approx 9,5$ cm. (0,5 pt rayon, 0,5 pt génératrice) (1)

Erreur fréquente — oublier de convertir avant de calculer : un volume en dm³ ou en litres et des longueurs en centimètres donnent une hauteur fautive d'un facteur 1 000.

Exercice 3 – La pyramide de verre

(4 pts)

- O est le centre du carré et I le milieu de $[AB]$, donc OI vaut la moitié du côté : 5 cm. $[SO]$ est la hauteur, perpendiculaire à la base, donc à (OI) : SOI est rectangle en O . $SI^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$, $SI = 13$ cm. (0,5 pt OI et angle droit, 1 pt SI) (1)
- Le triangle SAB est isocèle en S , donc $[SI]$ est sa hauteur. Aire d'une face : $\frac{10 \times 13}{2} = 65$ cm² ; aire latérale : $4 \times 65 = 260$ cm². (1 pt) (1)
- $V = \frac{10^2 \times 12}{3} = \frac{1\,200}{3} = 400$ cm³. (1 pt) (1)
- $5 \times 400 = 2\,000$ cm³ = 2 dm³ = 2 L. (0,5 pt) (1)

Méthode — la hauteur de la pyramide sert au volume, la hauteur d'une face latérale sert à l'aire : on passe de l'une à l'autre grâce au triangle rectangle caché à l'intérieur.

Exercice 4 – Corriger une copie*(4 pts)*

- a) Le rayon est 3 cm, pas 6 : $V = \pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi \approx 282,7 \text{ cm}^3$. L'élève a pris le diamètre pour le rayon. (1 pt) (1)
- b) Angle = $\frac{4}{10} \times 360 = 144^\circ$. L'élève a multiplié le rayon par la génératrice ($4 \times 10 = 40$) au lieu de prendre la fraction $\frac{4}{10}$ de 360° . (1 pt) (1)
- c) E est à la verticale de l'origine, à la hauteur $AE = 2$: $E(0; 0; 2)$. Le point $(5; 0; 0)$ est le sommet B . (1 pt) (1)
- d) $350 \text{ mL} = 0,35 \text{ L} = 0,35 \text{ dm}^3$: l'élève a décalé la virgule d'un rang au lieu de trois ($1 \text{ L} = 1\,000 \text{ mL}$). (1 pt) (1)

Piège — dans un énoncé, un diamètre se cache souvent là où la formule attend un rayon : diviser par 2 avant d'élever au carré.

Exercice 5 – Problème — le bac de glace*(4 pts)*

- a) $20 \times 15 \times 10 = 3\,000 \text{ cm}^3 = 3 \text{ L}$. (0,5 pt) (1)
- b) $V = \frac{\pi \times 3^2 \times 12}{3} = 36\pi \approx 113,1 \text{ cm}^3$. (1 pt) (1)
- c) $3\,000 \div 36\pi \approx 26,5$: il peut servir 26 cornets pleins (le 27^e ne serait pas rempli). (0,5 pt calcul, 0,5 pt arrondi justifié) (1)
- d) Pythagore : $g^2 = 12^2 + 3^2 = 153$, $g = \sqrt{153} \approx 12,37 \text{ cm}$. Angle : $\frac{3}{\sqrt{153}} \times 360 \approx 87^\circ$. (0,5 pt g , 1 pt angle) (1)

Erreur fréquente — arrondir au plus proche un nombre d'objets : 26,5 cornets ne font pas 27 cornets pleins ; quand on compte des objets complets, on arrondit à l'entier inférieur.