

Corrigé et barème – Repérage dans l'espace, patrons, aires et volumes — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Repérage dans une boîte

(4 pts)

- B est sur l'axe des abscisses à 8 cm de A : $B(8; 0; 0)$. H est au-dessus de D : $H(0; 5; 3)$. F est au-dessus de B : $F(8; 0; 3)$. (0,5 pt par sommet) (1)
- Altitude 0 : le point est sur la face du bas $ABCD$; abscisse 8 = AB et ordonnée 5 = AD : c'est le sommet opposé à A sur cette face, donc C . (0,5 pt) (1)
- $E(0; 0; 3)$ et $F(8; 0; 3)$; $[EF]$ est parallèle à l'axe des abscisses, son milieu est à 4 cm de E : $M(4; 0; 3)$. (1 pt : 0,5 pt pour E et F , 0,5 pt pour M) (1)
- $V = 8 \times 5 \times 3 = 120 \text{ cm}^3$. Or $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ et $1 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ L}$, donc $120 \text{ cm}^3 = 0,12 \text{ L} = 12 \text{ cL}$. (0,5 pt pour le volume, 0,5 pt pour la conversion) (1)

Méthode — pour lire les coordonnées d'un sommet, pars de l'origine et compte ce qu'on parcourt dans l'ordre : d'abord le long de la longueur, puis de la largeur, enfin de la hauteur.

Exercice 2 – Volumes des solides usuels

(4 pts)

- Aire de la base : $\frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$. $V = 12 \times 9 = 108 \text{ cm}^3$. (0,5 pt base, 0,5 pt volume) (1)
- $V = \pi \times 5^2 \times 8 = 200\pi \approx 628,3 \text{ cm}^3$. (0,5 pt formule, 0,5 pt résultat) (1)
- $V = \frac{6^2 \times 10}{3} = \frac{360}{3} = 120 \text{ cm}^3$. (0,5 pt formule, 0,5 pt résultat) (1)
- $V = \frac{\pi \times 3^2 \times 5}{3} = 15\pi \approx 47,1 \text{ cm}^3$. (0,5 pt formule, 0,5 pt résultat) (1)

Piège — la base d'un prisme n'est pas forcément la face posée sur la table : c'est la face qui se répète à l'identique ; ici, c'est le triangle rectangle, dont l'aire se divise par 2.

Exercice 3 – Du patron au cône

(4 pts)

- D'un disque (la base, de rayon 3 cm) et d'un secteur circulaire (la surface latérale, de rayon égal à la génératrice, 5 cm). (0,5 pt) (1)
- Quand on enroule le secteur, son arc vient s'appliquer exactement sur le bord du disque de base. Longueur : $2 \times \pi \times 3 = 6\pi \approx 18,8 \text{ cm}$. (0,5 pt justification, 0,5 pt calcul) (1)
- Le cercle complet de rayon 5 cm mesure $10\pi \text{ cm}$; l'arc en représente $\frac{6\pi}{10\pi} = \frac{3}{5}$. L'angle est donc $\frac{3}{5} \times 360 = 216^\circ$. (1 pt) (1)
- La hauteur, le rayon et la génératrice forment un triangle rectangle ; par le théorème de Pythagore, $h^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$, donc $h = 4 \text{ cm}$. $V = \frac{\pi \times 3^2 \times 4}{3} = 12\pi \approx 37,7 \text{ cm}^3$. (0,5 pt Pythagore, 0,5 pt h , 0,5 pt volume) (1)

Astuce — l'angle du secteur se trouve par proportionnalité : il représente la même fraction de 360° que le rayon de la base représente de la génératrice.

Exercice 4 – Qui a raison ?*(4 pts)*

- a) Vrai : 5 faces latérales + 1 base = 6 faces ; 5 arêtes de base + 5 arêtes latérales = 10 arêtes ; 5 sommets de base + le sommet principal = 6 sommets. (1 pt) (1)
- b) Vrai : $2,5 \text{ dm}^3 = 2,5 \text{ L}$ et $1 \text{ L} = 100 \text{ cL}$, donc $2,5 \text{ L} = 250 \text{ cL}$. (1 pt) (1)
- c) Faux : les fuyantes restent parallèles entre elles, mais leur longueur est réduite (souvent de moitié) ; seules les arêtes de la face avant sont en vraie grandeur. (1 pt) (1)
- d) Vrai : la section est « une copie » de la face à laquelle le plan est parallèle, c'est un rectangle de mêmes longueur et largeur. (1 pt) (1)

Erreur fréquente — mesurer une fuyante sur une perspective cavalière et croire obtenir la vraie longueur : le dessin conserve le parallélisme, pas toutes les longueurs.

Exercice 5 – Problème — l'aquarium*(4 pts)*

- a) $60 \times 30 \times 40 = 72\,000 \text{ cm}^3 = 72 \text{ dm}^3 = 72 \text{ L}$. (0,5 pt volume, 0,5 pt conversion) (1)
- b) $60 \times 30 \times 35 = 63\,000 \text{ cm}^3 = 63 \text{ L}$. (1 pt) (1)
- c) $V = \frac{15^2 \times 12}{3} = \frac{225 \times 12}{3} = 900 \text{ cm}^3$. L'eau déplacée occupe un pavé de base $60 \times 30 = 1\,800 \text{ cm}^2$; hausse du niveau : $900 \div 1\,800 = 0,5 \text{ cm}$. (0,5 pt volume, 1 pt hausse) (1)
- d) Nouveau niveau : $35 + 0,5 = 35,5 \text{ cm} < 40 \text{ cm}$: l'eau ne déborde pas. (0,5 pt) (1)

Méthode — un objet immergé fait monter l'eau d'un volume égal au sien ; on divise ce volume par l'aire du fond pour obtenir la hausse du niveau.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).