

Corrigé et barème – Calcul littéral et équations — niveau



Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Calculs en cascade

(4 pts)

- a) $A = 6x - 15 - 4x + 12 + 2 - 6x = -4x - 1$. (0,5 pt pour le développement, 0,5 pt pour la réduction) (1)
- b) $\frac{2}{3} \times 6x = 4x$ et $\frac{2}{3} \times 9 = 6$; $\frac{1}{4} \times 8x = 2x$ et $\frac{1}{4} \times 12 = 3$. Donc $B = 4x - 6 - 2x - 3 = 2x - 9$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) $C = 6x \times 3x - 6x \times 2 = 6x(3x - 2)$. Une factorisation par 2, 3, 6 ou x seulement est incomplète. (1 pt, 0,5 pt si la factorisation est partielle) (1)
- d) $-4x - 1 = 2x - 9$; $-6x = -8$; $x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$. Vérification : $A = -\frac{16}{3} - 1 = -\frac{19}{3}$ et $B = \frac{8}{3} - 9 = -\frac{19}{3}$. (0,5 pt pour la résolution, 0,5 pt pour la vérification) (1)

Méthode — « factoriser le plus possible » oblige à chercher le plus grand facteur commun, nombre et lettre à la fois : ici $6x$, et non $2x$ ou 6 .

Exercice 2 – Équations exigeantes

(4 pts)

- a) On multiplie par 12 : $3(3x - 1) - 2(x + 2) = 12$; $9x - 3 - 2x - 4 = 12$; $7x - 7 = 12$; $7x = 19$; $x = \frac{19}{7}$. Vérification : $\frac{50}{7} \div 4 = \frac{25}{14}$ et $\frac{33}{7} \div 6 = \frac{11}{14}$, et $\frac{25}{14} - \frac{11}{14} = 1$. (0,5 pt pour la multiplication par 12 avec parenthèses, 0,5 pt pour la réduction, 0,5 pt pour la solution) (1,33333)
- b) On multiplie par 6 : $4(x - 6) = 3x + 6$; $4x - 24 = 3x + 6$; $x = 30$. Vérification : $\frac{2}{3} \times 24 = 16$ et $15 + 1 = 16$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1,33333)
- c) Gauche : $5x - 10 - 3x - 3 = 2x - 13$. Droite : $2x - 14 + 1 = 2x - 13$. L'égalité $2x - 13 = 2x - 13$ est vraie pour tout x : tous les nombres sont solutions. (0,5 pt par membre réduit, 0,5 pt pour la conclusion) (1,33333)

Erreur fréquente — en multipliant $\frac{x+2}{6}$ par 12, on obtient $2(x+2)$: sans parenthèses, le signe « moins » placé devant ne porterait que sur x et le calcul serait faux.

Exercice 3 – Recherche — toutes les solutions

(4 pts)

- a) $E = 5x + 20 - 2x + 2 = 3x + 22$. (0,5 pt pour $+2$, 0,5 pt pour le résultat) (1)
- b) $3x + 22 = 40$; $3x = 18$; $x = 6$. (0,5 pt) (1)
- c) Pour x entier naturel, $E = 3x + 22 \geq 22$. Les multiples de 5 compris entre 22 et 49 sont 25, 30, 35, 40 et 45 : il y a donc cinq équations à étudier. $3x + 22 = 25$ donne $x = 1$; $3x + 22 = 30$ donne $3x = 8$ (pas entier) ; $= 35$ donne $3x = 13$ (non) ; $= 40$ donne $x = 6$; $= 45$ donne $3x = 23$ (non). Les solutions sont $x = 1$ ($E = 25$) et $x = 6$ ($E = 40$). (0,5 pt pour la liste complète des multiples, 0,5 pt pour les cinq cas, 0,5 pt pour la conclusion) (1)
- d) $3x + 22 = 60$ donne $3x = 38$, soit $x = \frac{38}{3}$. Or 38 n'est pas un multiple de 3 : x n'est pas entier. Réponse : non. (0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour la justification) (1)

Astuce — pour être sûr de ne rien oublier, on encadre d'abord l'expression, puis on dresse la liste finie des cas possibles et on les teste tous, un par un.

Exercice 4 – Problème — les fils de fer**(4 pts)**

- a) Périmètres : $4(x + 3) = 4x + 12$ et $3(2x - 1) = 6x - 3$. Équation : $4x + 12 = 6x - 3$, soit $15 = 2x$ et $x = 7,5$. Côtés : 10,5 cm et 14 cm ; fil : $4 \times 10,5 = 42$ cm $= 3 \times 14$. (0,5 pt pour les périmètres, 0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour x , 0,5 pt pour la longueur) (1,33333)
- b) Il faudrait $6x - 3 = 1,5(4x + 12)$, soit $6x - 3 = 6x + 18$, donc $-3 = 18$: c'est impossible, quel que soit x . Tom a tort. (0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour le développement, 0,5 pt pour la conclusion) (1,33333)
- c) $6x = 4x + 12$, donc $2x = 12$ et $x = 6$; le fil mesure alors 36 cm, et $4 \times 9 = 36$. (0,5 pt) (1,33333)

Piège — une équation qui se réduit à une égalité fausse comme $-3 = 18$ n'a aucune solution : ce n'est pas une erreur de calcul, c'est la réponse au problème.

Exercice 5 – Pour aller plus loin**(4 pts)**

- a) $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$; comme $n + 1$ est un entier, la somme est un multiple de 3. (0,5 pt pour l'expression, 0,5 pt pour la factorisation et la conclusion) (1)
- b) $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10 = 5(n + 2)$: c'est un multiple de 5. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) $3n + 3 = 2\,025$; $3n = 2\,022$; $n = 674$. Les entiers sont 674, 675 et 676. Contrôle : $674 + 675 + 676 = 2\,025$. (0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour les trois entiers) (1)
- d) $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 4n + 6 = 4(n + 1) + 2$. C'est un multiple de 4 augmenté de 2 : la division par 4 laisse toujours un reste de 2, donc la somme n'est jamais un multiple de 4. (0,5 pt pour $4n + 6$, 0,5 pt pour l'écriture $4(n + 1) + 2$ et la conclusion) (1)

Astuce — pour prouver qu'une expression est multiple de k , on la factorise par k ; pour prouver qu'elle ne l'est jamais, on l'écrit sous la forme « multiple de k plus un reste ».