

Corrigé et barème – Calcul littéral et équations — niveau



Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Vrai ou faux ?

(4 pts)

- a) Vrai : $3x - 6 + 2x + 6 = 5x$ pour tout x . (0,5 pt pour la réponse, 0,5 pt pour le développement) (1)
- b) Faux : pour $x = 0$, on obtient $7 = 9$, ce qui est faux. En retirant $2x$ aux deux membres, on arrive à $7 = 9$ pour tout x : l'équation n'a aucune solution. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) Vrai : $3 - 2 \times (-5) = 3 + 10 = 13$ et $-5 + 18 = 13$. Les deux membres sont égaux. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- d) Faux : $4x - 2x + 2 = 2x + 2$. Contre-exemple : pour $x = 0$, le membre de gauche vaut 2 et celui de droite -2. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Piège — un seul exemple ne prouve pas qu'une égalité est toujours vraie ; il faut un calcul général. En revanche, un seul contre-exemple suffit à prouver qu'elle est fausse.

Exercice 2 – Équations en cascade

(4 pts)

- a) $12x - 8 = 5x + 13$; $7x = 21$; $x = 3$. Vérification : $4 \times 7 = 28$ et $15 + 13 = 28$. (0,5 pt pour le développement, 0,5 pt pour la solution) (1)
- b) $2x + 14 - 3x + 3 = 12$; $-x + 17 = 12$; $-x = -5$; $x = 5$. Vérification : $2 \times 12 - 3 \times 4 = 12$. (0,5 pt pour $-3x + 3$, 0,5 pt pour la solution) (1)
- c) On multiplie les deux membres par 6 : $2x + 24 = 3x$; donc $x = 24$. Vérification : $8 + 4 = 12$ et $\frac{24}{2} = 12$. (0,5 pt pour la multiplication par 6, 0,5 pt pour la solution) (1)
- d) On multiplie par 5 : $2x - 1 = 5(x - 5) = 5x - 25$; $-3x = -24$; $x = 8$. Vérification : $\frac{15}{5} = 3$ et $8 - 5 = 3$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Astuce — pour chasser les dénominateurs, on multiplie les deux membres par un multiple commun des dénominateurs ; attention à multiplier tous les termes, y compris les entiers.

Exercice 3 – Factoriser, puis conclure

(4 pts)

- a) $A = 4 \times 2x - 4 \times 3 = 4(2x - 3)$. (0,5 pt) (1)
- b) $B = 5x \times 3x + 5x \times 1 = 5x(3x + 1)$. Le « +1 » est indispensable. (0,5 pt pour le facteur $5x$, 0,5 pt pour $3x + 1$) (1)
- c) $6n + 9 = 3 \times 2n + 3 \times 3 = 3(2n + 3)$; comme $2n + 3$ est un entier, $6n + 9$ est un multiple de 3. (0,5 pt pour la factorisation, 0,5 pt pour la conclusion) (1)
- d) $4(2x - 3) = 4$, donc en divisant par 4 : $2x - 3 = 1$, puis $2x = 4$ et $x = 2$. Vérification : $16 - 12 = 4$. (1 pt pour la résolution, 0,5 pt pour la vérification) (1)

Erreur fréquente — quand le facteur commun est un terme tout entier de la somme, comme $5x$ dans $15x^2 + 5x$, il reste 1 et non 0 : on écrit $5x(3x + 1)$, pas $5x \times 3x$.

Exercice 4 – Deux programmes de calcul**(4 pts)**

- a) A : $5 + 3 = 8$; $8 \times 4 = 32$; $32 - 10 = 22$. B : $5 \times 2 = 10$; $10 + 12 = 22$. (0,5 pt par programme) (1,33333)
- b) A donne $4(x + 3) - 2x = 4x + 12 - 2x = 2x + 12$, et B donne $2x + 12$. Les deux expressions sont égales pour tout x . (0,5 pt pour l'expression de A, 0,5 pt pour la réduction, 0,5 pt pour la conclusion) (1,33333)
- c) $2x + 12 = 7$, donc $2x = -5$ et $x = -2,5$. Vérification : $-2,5 + 3 = 0,5$; $0,5 \times 4 = 2$; $2 - (-5) = 7$. (0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour la solution, 0,5 pt pour la vérification) (1,33333)

Méthode — pour prouver que deux programmes sont équivalents, on traduit chacun par une expression en x , on développe et on réduit, puis on compare les formes réduites.

Exercice 5 – Problème — des âges**(4 pts)**

- a) Mère aujourd'hui : $4x$. Dans 12 ans : Hugo $x + 12$, mère $4x + 12$. (0,5 pt pour $4x$, 0,5 pt pour les deux âges futurs) (1)
- b) « La mère aura le double de l'âge de Hugo » s'écrit $4x + 12 = 2(x + 12)$, et $2(x + 12) = 2x + 24$. (0,5 pt) (1)
- c) $4x - 2x = 24 - 12$, soit $2x = 12$ et $x = 6$. Hugo a 6 ans, sa mère 24 ans. Contrôle : dans 12 ans, 18 ans et 36 ans, et $36 = 2 \times 18$. (1 pt pour la résolution, 0,5 pt pour les âges) (1)
- d) Dans n années : $24 + n = 3(6 + n)$, soit $24 + n = 18 + 3n$, donc $6 = 2n$ et $n = 3$. Contrôle : $27 = 3 \times 9$. Dans 3 ans. (0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour la solution) (1)

Piège — dans un problème d'âges, les deux personnes vieillissent du même nombre d'années : on ajoute 12 à chaque âge, pas seulement à celui de la mère.