Calcul littéral : développer, factoriser, réduire

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Nombres et calculs · Calcul littéral)

La démarche pour transformer une expression littérale

1. Je repère la nature de l'expression. Un produit (la dernière opération est $\times$) : je peux le développer. Une somme dont les termes ont un facteur commun : je peux la factoriser.

2. J'écris l'étape intermédiaire, avec les signes. Tous les produits pour développer ; chaque terme écrit $k \times \ldots$ pour factoriser ; un signe $-$ devant une parenthèse change chaque signe.

3. Je réduis, puis je vérifie. Je regroupe les termes en x^2, en x et les nombres ; je contrôle en remplaçant x par 10 dans la forme de départ et dans la forme obtenue.

Le réflexe — le signe placé devant un terme ou devant une parenthèse fait partie du terme : on le garde en réduisant, on le distribue en développant.

Cas 1 · Rappels de 5e : écrire et calculer une expression

Réflexe — je remets les signes $\times$ cachés, je remplace la lettre (entre parenthèses si elle est négative) et je respecte les priorités ; la dernière opération donne le nom de l'expression.

Exemple 1. Calculer $2x^2 - 3x$ pour $x = -4$.

$(-4)^2 = 16$, donc $2x^2$ vaut $2 \times 16 = 32$; et $-3x$ vaut $(-3) \times (-4) = 12$.

La valeur est $32 + 12 = 44$.

Exemple 2. Somme ou produit : $3(t - 5)$ et $3t - 5$?

$3(t - 5)$: on calcule $t - 5$, puis on multiplie par 3 : c'est un produit.

$3t - 5$: on calcule $3t$, puis on soustrait 5 : c'est une différence.

Attention — pour $x = -4$, x^2 s'écrit $(-4)^2 = 16$; sans parenthèses, -4^2 vaut -16.

Cas 2 · Développer avec la distributivité simple

Réflexe — le facteur multiplie chaque terme de la parenthèse, avec son signe ; un signe $-$ devant une parenthèse change le signe de chaque terme.

Exemple 1. Développer $-6(2x - 3)$ et $x(5 - x)$.

$-6(2x - 3) = (-6) \times 2x + (-6) \times (-3) = -12x + 18$.

$x(5 - x) = x \times 5 - x \times x = 5x - x^2$.

Exemple 2. Supprimer les parenthèses dans $9 - (4x - 1)$, puis réduire.

$9 - (4x - 1) = 9 - 4x + 1 = 10 - 4x$.

Attention — $-(4x - 1) = -4x + 1$: les deux signes changent, pas seulement le premier.

Cas 3 · Réduire une expression

Réflexe — je développe d'abord, puis je regroupe les termes en x^2, les termes en x et les nombres seuls, chacun avec son signe.

Exemple 1. Réduire $3x^2 - 7x + 1 - 5x^2 + 2x$.

Termes en x^2 : $3x^2 - 5x^2 = -2x^2$; termes en x : $-7x + 2x = -5x$; nombre : 1.

$3x^2 - 7x + 1 - 5x^2 + 2x = -2x^2 - 5x + 1$.

Exemple 2. Développer puis réduire $2(x+4)-3(x-2)$.

$2(x+4)-3(x-2)=2x+8-3x+6=-x+14$.

Attention — $-x$ a pour coefficient -1, et x^2+2x est déjà réduite.

Cas 4 · Factoriser par un facteur commun

Réflexe — je cherche le plus grand nombre qui divise tous les coefficients, puis la lettre commune ; je vérifie en redéveloppant.

Exemple. Factoriser au maximum $16x-24$ et $7x^2+21x$.

$16x-24=8\times 2x-8\times 3=8(2x-3)$.
$7x^2+21x=7x\times x+7x\times 3=7x(x+3)$.

Attention — chaque terme est divisé par le facteur commun ; un terme égal au facteur commun laisse 1 dans la parenthèse.

Cas 5 · Tester une égalité, démontrer une identité

Réflexe — un contre-exemple prouve qu'une égalité est fausse ; pour une identité, je transforme un membre jusqu'à obtenir l'autre.

Exemple 1. $(2x)^2=2x^2$ est-elle une identité ?

Pour $x=1$: à gauche $2^2=4$, à droite $2\times 1=2$. $4\neq 2$: $x=1$ est un contre-exemple, ce n'est pas une identité.

Exemple 2. Montrer que $3(x+4)-2(x+6)=x$ pour tout x.

$3(x+4)-2(x+6)=3x+12-2x-12=x$: on obtient le membre de droite, c'est une identité.

Attention — une égalité vraie pour une ou plusieurs valeurs n'est pas forcément une identité.

Les pièges

- Oublier le second terme : $5(y+6)=5y+30$, pas $5y+6$.
- Ne changer qu'un signe : $-(x-9)=-x+9$, pas $-x-9$.
- Regrouper des termes non semblables : $4x+3$ ne vaut pas $7x$, et x^2+2x ne vaut pas $3x^2$.
- Factoriser sans tout diviser : $10x+15=5(2x+3)$, pas $5(2x+15)$.
- Conclure d'un seul essai : une égalité vraie pour $x=1$ n'est pas forcément une identité.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).