Cosinus : dans le triangle rectangle

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Espace et géométrie · Triangle rectangle)

La démarche dans un triangle rectangle

1. Je repère. L'angle droit (l'hypoténuse est en face), puis l'angle aigu utilisé : côté adjacent (il touche son sommet) et côté opposé (en face).

2. Je choisis l'outil. Trois longueurs : Pythagore. Un angle et une longueur, ou un angle cherché : cosinus = adjacent ÷ hypoténuse.

3. Je rédige. « Dans le triangle … rectangle en … », le cosinus avec les lettres, les valeurs, la longueur ou l'angle isolé, puis le résultat arrondi avec l'unité.

Le réflexe — cosinus = adjacent ÷ hypoténuse ; on multiplie pour l'adjacent, on divise pour l'hypoténuse, on prend $\cos^{-1}$ pour l'angle ; calculatrice en degrés.

Cas 1 · Nommer les côtés

Réflexe — l'hypoténuse est en face de l'angle droit ; le côté adjacent touche le sommet de l'angle, le côté opposé est en face.

Exemple 1. HIJ est rectangle en I. Nommer les côtés pour l'angle $\widehat{IHJ}$.

Hypoténuse : $[HJ]$ (elle ne contient pas la lettre I). Côté adjacent : $[HI]$ (il contient H et I). Côté opposé : $[IJ]$ (il ne contient pas H).

Exemple 2. HIJ est rectangle en I et $\widehat{IHJ} = 64^\circ$. Calculer $\widehat{IJH}$.

Les deux angles aigus ont pour somme 90° : $\widehat{IJH} = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$.

Attention — l'hypoténuse touche le sommet de l'angle aigu, mais ce n'est pas le côté adjacent.

Cas 2 · Écrire et calculer un cosinus

Réflexe — CAH : $\cos = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, avec les lettres d'abord, puis les longueurs dans la même unité.

Exemple. KLM est rectangle en L, $KL = 1{,}9$ cm et $KM = 2{,}5$ cm. Calculer $\cos(\widehat{LKM})$.

Adjacent à $\widehat{LKM}$: $[KL]$; hypoténuse : $[KM]$.

$$\cos(\widehat{LKM}) = \frac{KL}{KM} = \frac{1{,}9}{2{,}5} = 0{,}76.$$

Attention — un cosinus est toujours entre 0 et 1 : si je trouve plus que 1, j'ai inversé les côtés.

Cas 3 · Calculer une longueur

Réflexe — longueur cherchée en haut du quotient : je multiplie ; en bas : je divise.

Exemple 1. RST est rectangle en S, $\widehat{SRT} = 48^\circ$ et $RT = 6{,}2$ cm. Calculer RS.

$$\cos(\widehat{SRT}) = \frac{RS}{RT}, \text{ donc } \cos(48^\circ) = \frac{RS}{6{,}2} \text{ et } RS = 6{,}2 \times \cos(48^\circ) \approx 4{,}15 \text{ cm}.$$

Exemple 2. RST est rectangle en S, $\widehat{SRT} = 21^\circ$ et $RS = 5{,}5$ cm. Calculer RT.

$$\cos(21^\circ) = \frac{5{,}5}{RT}, \text{ donc } RT = \frac{5{,}5}{\cos(21^\circ)} \approx 5{,}89 \text{ cm}.$$

Attention — pour l'hypoténuse, on divise : le résultat doit être plus long que le côté adjacent.

Cas 4 · Calculer un angle

Réflexe — je calcule le quotient adjacent ÷ hypoténuse, puis $\cos^{-1}$ de ce quotient, et j'arrondis l'angle à la fin.

Exemple. Un triangle rectangle : côté adjacent 3 cm, hypoténuse 7 cm. Calculer l'angle, puis l'autre angle aigu.

$\cos(\text{angle}) = \dfrac{3}{7}$, donc angle $= \cos^{-1}\left(\dfrac{3}{7}\right) \approx 64{,}6^\circ$.

L'autre angle aigu : $90^\circ - 64{,}6^\circ = 25{,}4^\circ$.

Attention — c'est la touche $\cos^{-1}$, pas la touche cos ; et on n'arrondit pas le quotient avant.

Cas 5 · Choisir l'outil, changer d'angle

Réflexe — deux longueurs pour une troisième : Pythagore ; si la longueur donnée est le côté opposé, je passe à l'autre angle aigu (90° − angle).

Exemple. XYZ est rectangle en X, $\widehat{XYZ} = 34^\circ$ et $XZ = 3{,}5$ cm. Calculer YZ.

$[XZ]$ est opposé à $\widehat{XYZ}$: je change d'angle. $\widehat{XZY} = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$ et $[XZ]$ est adjacent à $\widehat{XZY}$.

$\cos(56^\circ) = \dfrac{3{,}5}{YZ}$, donc $YZ = \dfrac{3{,}5}{\cos(56^\circ)} \approx 6{,}26$ cm.

Attention — le cosinus n'utilise jamais le côté opposé.

Les pièges

- Prendre l'hypoténuse pour le côté adjacent : le côté adjacent est un côté de l'angle droit.
- Écrire « cosinus = opposé ÷ hypoténuse » : c'est adjacent ÷ hypoténuse.
- Multiplier au lieu de diviser pour l'hypoténuse : elle serait plus courte que le côté adjacent.
- Taper cos au lieu de $\cos^{-1}$ pour un angle, ou calculer en mode radians.
- Arrondir le cosinus ou le quotient avant la fin : le résultat change.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).