

Corrigé et barème – Le cosinus dans le triangle rectangle

Définir le cosinus d'un angle aigu, calculer une longueur ou un angle dans un triangle rectangle
(programme de 4e)

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Exercice 1 – Lecture d'une table de cosinus

(4 pts)

- a) $\cos(35^\circ) \approx 0,819$; $\cos^{-1}(0,643) = 50^\circ$. (1)
- b) $0,766 > 0,75 > 0,707$: l'angle est entre 40° et 45° (cosinus décroissant). (1)
- c) $AB = 9,4 \times 0,906 \approx 8,52$ cm. (1)
- d) $80^\circ > 70^\circ$, donc $\cos(80^\circ) < \cos(70^\circ) = 0,342$. (1)

Repère — le cosinus décroît de 1 à 0 quand l'angle va de 0° à 90° : lire la table dans les deux sens revient à utiliser $\cos$ et $\cos^{-1}$.

Exercice 2 – Calculer une longueur

(4 pts)

- a) $AB = 8,4 \times \cos(41^\circ) \approx 6,34$ cm. (1)
- b) $DF = 6,3 \div \cos(57^\circ) \approx 11,57$ cm. (1)
- c) $125 \times \cos(24^\circ) \approx 114,19$ cm. (1)
- d) $[GH]$ est opposé à $\hat{I}$: on utilise $\widehat{H} = 57^\circ$; $HI = 5,8 \div \cos(57^\circ) \approx 10,65$ cm. (1)

Attention — quand la longueur connue est le côté opposé à l'angle donné, on passe à l'autre angle aigu (90° – angle) pour que ce côté devienne adjacent.

Exercice 3 – Calculer un angle

(4 pts)

- a) $\cos^{-1}(0,8) \approx 36,9^\circ$. (1)
- b) $\cos^{-1}(0,25) \approx 75,5^\circ$. (1)
- c) $BC = \sqrt{36 + 64} = 10$ cm ; $\widehat{ABC} = \cos^{-1}(6 \div 10) \approx 53,1^\circ$. (1)
- d) $\cos^{-1}(8 \div 10) \approx 36,9^\circ$ et $90 - 53,1 = 36,9^\circ$: cohérent. (1)

Astuce — les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires : c'est un contrôle gratuit de tout calcul d'angle.

Exercice 4 – Vrai ou faux ? Justifie.

(4 pts)

- a) Faux : $\cos(30^\circ) \approx 0,866$; le cosinus n'est pas proportionnel à l'angle. (1)
- b) Vrai : $\cos^{-1}(0,3) \approx 72,5^\circ$. (1)
- c) Faux : $[AC]$ est opposé à $\widehat{B}$; $\cos(\widehat{ABC}) = AB \div BC$. (1)
- d) Vrai : l'adjacent est strictement plus court que l'hypoténuse. (1)

Erreur fréquente — traiter le cosinus comme une proportionnalité (doubler l'angle, diviser le cosinus par deux) est le contresens le plus répandu : seule la calculatrice ou une table donne les valeurs.

Exercice 5 – Problème — la grue*(4 pts)*

- a) $18 \times \cos(62^\circ) \approx 8,45 \text{ m.}$ (1)
- b) $18 \times \cos(40^\circ) \approx 13,79 \text{ m ; augmentation } \approx 5,34 \text{ m.}$ (1)
- c) $\cos(\alpha) = 15 \div 18, \alpha = \cos^{-1}(15 \div 18) \approx 33,6^\circ.$ (1)
- d) $18 \times \cos(30^\circ) \approx 15,588 \text{ m} \approx 1\,559 \text{ cm.}$ (1)

Le point clé — la flèche est l'hypoténuse dans toutes les questions ; la portée est l'adjacent : portée = $18 \times \cos(\alpha)$, et l'angle se retrouve par $\cos^{-1}$.