

Les cas d'égalité des triangles

Reconnaître deux triangles égaux, choisir le bon cas d'égalité, rédiger la démonstration et en déduire des longueurs ou des angles sans les mesurer.

1 Définitions

- **Triangles égaux** : superposables (on peut déplacer, tourner ou retourner le calque).
- **Éléments homologues** : sommets, côtés et angles qui se superposent. On écrit les triangles dans l'ordre des homologues.
- Triangles égaux : côtés homologues de même longueur, angles homologues de même mesure, même périmètre, même aire.

2 Les trois cas d'égalité

1. **Trois côtés** respectivement de même longueur.
2. **Un angle compris entre deux côtés** : l'angle a pour sommet l'extrémité commune des deux côtés.
3. **Un côté et ses deux angles adjacents** (deux angles connus donnent le troisième : somme 180°).

3 Ce qui ne suffit pas

- Trois angles égaux : même forme, taille libre.
- Deux côtés et un angle non compris : parfois deux triangles possibles.
- Même aire ou même périmètre seulement.
- Un côté et deux angles placés différemment dans les deux triangles.

4 Méthode de démonstration

1. Nommer les deux triangles.
2. Écrire trois égalités justifiées : hypothèse, milieu, côté commun, angles opposés par le sommet, somme des angles...
3. Citer le cas d'égalité.
4. Conclure dans l'ordre des homologues.
5. En déduire la longueur ou l'angle cherché.

5 Isométries

Symétrie axiale, symétrie centrale, translation et rotation conservent longueurs et angles : l'image d'un triangle est un triangle égal (sommet $\leftrightarrow$ son image). Retourner le calque = une symétrie axiale intervient.

6 Pièges à éviter

- Écrire les triangles dans le désordre, puis égaux deux côtés non homologues.
- Prendre un angle non compris pour le cas n° 2.
- Oublier de convertir les longueurs dans la même unité.
- Oublier une justification : « côté commun » en est une.

L'ESSENTIEL

- Deux triangles égaux sont superposables : leurs éléments homologues sont égaux.
- Trois côtés égaux deux à deux : les triangles sont égaux.
- Un angle égal compris entre deux côtés égaux : les triangles sont égaux.
- Un côté égal entre deux angles égaux : les triangles sont égaux.
- Trois angles égaux ne suffisent pas.
- Une isométrie transforme un triangle en un triangle égal.

benprofparticulier.fr — Soutien scolaire à Marseille (7^e · 8^e · 9^e) et en ligne

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).