

Devoir surveillé – Les cas d'égalité des triangles

Triangles égaux (superposables), éléments homologues, les trois cas d'égalité (trois côtés, un angle entre deux côtés, un côté entre deux angles), démontrer que deux triangles sont égaux puis en déduire des longueurs ou des angles, lien avec les isométries

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 4^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Éléments homologues

(4 pts)

Les triangles KLM et PQR sont égaux. On donne $KL = 6,4$ cm, $LM = 5,1$ cm, $KM = 3,8$ cm et $PQ = 3,8$ cm, $QR = 6,4$ cm, $PR = 5,1$ cm. Au rapporteur, on a mesuré $\widehat{K} \approx 53^\circ$ et $\widehat{L} \approx 36^\circ$.

- Associe chaque sommet du triangle KLM à son homologue dans PQR , en justifiant avec les longueurs.
- Donne, sans mesurer, les mesures des angles $\widehat{Q}$ et $\widehat{R}$.
- Calcule la mesure de l'angle $\widehat{P}$.
- Un élève écrit : « KLM et PQR sont égaux, donc $KL = PQ$ ». Explique son erreur, puis écris l'égalité correcte pour KL .

Exercice 2 – Égaux ou pas ? Choisir le bon cas

(4 pts)

Pour chaque paire, dis si les triangles sont forcément égaux. Si oui, cite le cas d'égalité et les sommets homologues ; sinon, explique pourquoi.

- ABC et DEF : $AB = 4,5$ cm, $BC = 6,2$ cm, $AC = 5,8$ cm ; $DE = 45$ mm, $EF = 0,62$ dm, $DF = 58$ mm.
- GHI et JKL : $GH = JK = 7$ cm, $\widehat{G} = \widehat{J} = 35^\circ$, $HI = KL = 5$ cm.
- MNP et RST : $NP = ST = 8$ cm, $\widehat{N} = \widehat{S} = 48^\circ$, $\widehat{M} = \widehat{R} = 67^\circ$.
- UVW et XYZ : $UV = XZ = 5$ cm, $\widehat{U} = \widehat{X} = 40^\circ$, $\widehat{V} = \widehat{Z} = 75^\circ$.

Exercice 3 – Démontrer puis en déduire

(4 pts)

ABC est un triangle isocèle en A avec $\widehat{BAC} = 48^\circ$. M est un point de $[AB]$ et N un point de $[AC]$ tels que $AM = AN$. On veut démontrer que $BN = CM$.

- Quels triangles faut-il comparer pour démontrer que $BN = CM$? Écris trois égalités entre leurs éléments, chacune justifiée.
- Conclus en citant le cas d'égalité utilisé et en écrivant les deux triangles dans l'ordre des sommets homologues.
- On mesure $CM = 7,35$ cm. Donne BN en justifiant.
- On donne $\widehat{ABN} = 23^\circ$. Calcule $\widehat{ANB}$, puis déduis-en $\widehat{AMC}$.

Exercice 4 – Vrai ou faux ? Justifier**(4 pts)**

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifie. Pour montrer qu'une affirmation est fausse, un contre-exemple chiffré suffit.

- a) « Deux triangles qui ont le même périmètre sont égaux. »
- b) « Deux triangles rectangles qui ont un côté de l'angle droit de même longueur sont égaux. »
- c) « Si $A'B'C'$ est l'image de ABC par une rotation, alors les triangles ABC et $A'B'C'$ sont égaux. »
- d) Un élève écrit : « $AB = DE = 6$ cm, $BC = EF = 4$ cm et $\widehat{A} = \widehat{D} = 35^\circ$, donc ABC et DEF sont égaux par le cas d'un angle entre deux côtés. » Explique son erreur.

Exercice 5 – Problème : les allées du jardin carré**(4 pts)**

Un jardin a la forme d'un carré $ABCD$ de 12 m de côté. On place E sur $[AB]$ avec $AE = 4,5$ m et F sur $[BC]$ avec $BF = 4,50$ cm. On trace deux allées rectilignes $[DE]$ et $[AF]$, qui se coupent en I .

- a) Démontre que les triangles DAE et ABF sont égaux, en précisant les sommets homologues.
- b) On a mesuré $DE \approx 12,82$ m. Donne, sans calcul, la longueur de l'allée $[AF]$ en justifiant.
- c) Le revêtement des allées coûte 18,50 € le mètre. Calcule le coût total des deux allées.
- d) Démontre que les deux allées sont perpendiculaires (on pourra étudier le triangle AIE).

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).