Volumes : pyramide et cône

Fiche méthode

(Mathématiques 4e · Grandeurs et mesures · Volumes)

La démarche pour calculer un volume

1. Je nomme le solide et je repère sa base et sa hauteur (perpendiculaire à la base).

2. Je convertis toutes les longueurs dans la même unité.

3. J'écris la formule en lettres ($V = B \times h$ ou $V = B \times h \div 3$), je calcule B, puis je remplace.

4. Je conclus avec l'unité : valeur exacte avec π, valeur approchée avec $\approx$, contenance en litres si on la demande.

Le réflexe — prisme et cylindre : $B \times h$; pyramide et cône : $B \times h \div 3$; volumes : trois rangs par unité.

Cas 1 · Prisme droit et cylindre (rappels de 5e)

Réflexe — je calcule l'aire B d'une base, puis $V = B \times h$; pour une aire latérale, périmètre de la base $\times$ h.

Exemple 1. Prisme droit de hauteur 10 cm dont la base est un parallélogramme de côté 4,5 cm et de hauteur relative 2 cm.

$B = 4{,}5 \times 2 = 9$ cm², puis $V = 9 \times 10 = 90$ cm³.

Exemple 2. Cylindre de diamètre 6 cm et de hauteur 4 cm : volume exact et approché.

$r = 6 \div 2 = 3$ cm ; $V = \pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi$ cm³ $\approx 113{,}1$ cm³.

Attention — on élève le rayon au carré, pas le diamètre ; $2 \times \pi \times r \times h$ est une aire latérale, pas un volume.

Cas 2 · Pyramide et cône

Réflexe — $V = B \times h \div 3$; cône : $V = \pi \times r^2 \times h \div 3$; je divise par 3 dès que possible.

Exemple 1. Pyramide de hauteur 9 cm à base triangulaire : côté 8 cm, hauteur relative 5 cm.

$B = 8 \times 5 \div 2 = 20$ cm² ; $V = 20 \times 9 \div 3 = 20 \times 3 = 60$ cm³.

Exemple 2. Cône de rayon 2 cm et de hauteur 12 cm.

$V = \pi \times 2^2 \times 12 \div 3 = \pi \times 4 \times 4 = 16\pi$ cm³ $\approx 50{,}3$ cm³.

Attention — la hauteur n'est ni une arête latérale ni une génératrice ; sans le « $\div 3$ », on trouve le volume du prisme ou du cylindre.

Cas 3 · Unités de volume et de contenance

Réflexe — volumes : $\times 1\,000$ par unité ; 1 L = 1 dm³ et 1 mL = 1 cm³.

Exemple. Convertir 0,38 m³ en litres et 650 cm³ en litres.

0,38 m³ = 380 dm³ = 380 L. 650 cm³ = 0,65 dm³ = 0,65 L.

Attention — 1 m³ = 1 000 dm³, pas 100 ; 1 L = 1 000 cm³, pas 1 cm³.

Cas 4 · Retrouver une dimension

Réflexe — pyramide ou cône : $h = 3 \times V \div B$; prisme ou cylindre : $h = V \div B$; rayon : $r^2 = B \div \pi$.

Exemple 1. Une pyramide a un volume de 120 cm³ et une base de 30 cm². Sa hauteur ?

$B \times h = 3 \times 120 = 360$, donc $h = 360 \div 30 = 12$ cm.

Exemple 2. Un cylindre de hauteur 5 cm a un volume de 80π cm³. Son rayon ?

$B = 80\pi \div 5 = 16\pi$ cm², donc $r^2 = 16$ et $r = 4$ cm.

Attention — pour une pyramide ou un cône, on multiplie d'abord le volume par 3.

Cas 5 · Solides composés, agrandir et réduire

Réflexe — je découpe en solides usuels et j'ajoute ou je retranche ; rapport k : volumes $\times k^3$.

Exemple 1. Un cube d'arête 3 cm surmonté d'une pyramide de même base et de hauteur 2 cm.

Cube : $3^3 = 27$ cm³ ; pyramide : $9 \times 2 \div 3 = 6$ cm³ ; total : $27 + 6 = 33$ cm³.

Exemple 2. Une boîte de 250 cm³ est agrandie de rapport 3.

Volume $\times 3^3 = 27$: $250 \times 27 = 6\,750$ cm³.

Attention — rapport 2 : les volumes sont multipliés par 8, pas par 2.

Les pièges

- Prendre l'arête latérale d'une pyramide ou la génératrice d'un cône pour la hauteur : la hauteur est perpendiculaire à la base, donc plus courte.
- Oublier le « ÷3 » de la pyramide et du cône, ou le « ÷2 » d'une base triangulaire.
- Mettre le diamètre au carré au lieu du rayon : le volume devient 4 fois trop grand.
- Convertir les volumes de 10 en 10 ou de 100 en 100 : c'est de 1 000 en 1 000.
- Croire qu'un agrandissement de rapport 2 double le volume : il le multiplie par $2^3 = 8$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).