

Corrigé et barème – La trigonométrie dans le triangle rectangle

Cosinus, sinus, tangente : calculer une longueur ou un angle (programme de 3e)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Exercice 1 – Rapports trigonométriques dans un triangle

(4 pts)

- a) Pythagore : $RT^2 = 5,6^2 + 3,3^2 = 31,36 + 10,89 = 42,25$, donc $RT = 6,5$ cm. (1)
- b) $\cos \text{SRT} = \frac{5,6}{6,5} \approx 0,86$; $\sin \text{SRT} = \frac{3,3}{6,5} \approx 0,51$; $\tan \text{SRT} = \frac{3,3}{5,6} \approx 0,59$. (1)
- c) $\text{SRT} = \tan^{-1}(3,3 \div 5,6) \approx 30,5^\circ$, soit 31° (ou 30° selon la valeur exacte gardée : $30,51^\circ$ s'arrondit à 31°). (1)
- d) Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires : $\text{STR} = 90 - 30,5 = 59,5^\circ$, soit environ 59° . (1)

Le point clé — les trois rapports ne sont que des quotients de longueurs : une fois l'hypoténuse calculée par Pythagore, tout se lit sur la figure, et le second angle aigu se déduit sans calculatrice.

Exercice 2 – Lecture d'un tableau : rampes d'accès

(4 pts)

- a) La hauteur est le côté opposé à l'angle et la longueur de la rampe est l'hypoténuse : sinus. (1)
- b) A : $\sin^{-1}(0,20 \div 4,20) \approx 2,7^\circ$, conforme ; B : $\sin^{-1}(0,45 \div 6,50) \approx 4,0^\circ$, non conforme. (1)
- c) $12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$; $\sin^{-1}(0,12 \div 2,5) \approx 2,8^\circ$: conforme (de justesse). (1)
- d) $\tan 2,9^\circ = \frac{0,45}{d}$ donc $d = \frac{0,45}{\tan 2,9^\circ} \approx 8,9 \text{ m}$ à l'horizontale (soit 9 m pour une pente de 5 % exactement). (1)

Unités — le tableau mélange mètres et centimètres : on convertit avant de diviser, sinon la rampe C paraît impossible ($12 \div 2,5 > 1$).

Exercice 3 – La charpente

(4 pts)

- a) Dans un triangle isocèle, la médiane issue du sommet principal est aussi une hauteur ; $BH = 4,8 \text{ m}$ et $AH = 4,8 \times \tan 28^\circ \approx 2,55 \text{ m}$. (1)
- b) $\cos 28^\circ = \frac{BH}{AB}$, donc $AB = \frac{4,8}{\cos 28^\circ} \approx 5,44 \text{ m}$. (1)
- c) Surface = $2 \times 5,44 \times 12 \approx 130,5 \text{ m}^2$. (1)
- d) $130,5 \times 14 \approx 1827$ tuiles ; $1827 \times 1,05 \approx 1918,4$, soit 1919 tuiles. (1)

Attention — la trigonométrie ne s'applique qu'à un triangle rectangle : dans un triangle isocèle, on commence par tracer la hauteur pour en fabriquer un, et on travaille avec la demi-base.

Exercice 4 – Vrai ou faux, avec justification

(4 pts)

- a) Faux : $\sin 40^\circ \approx 0,643$ et $2 \times \sin 20^\circ \approx 0,684$. (1)
- b) Faux : $\cos^{-1}(0,6) \approx 53,1^\circ$; c'est $\cos 60^\circ$ qui vaut 0,5. (1)
- c) Vrai : l'opposé peut être trois fois plus long que l'adjacent ; l'angle vaut alors $\tan^{-1}(3) \approx 71,6^\circ$. (1)
- d) Vrai : les angles aigus sont complémentaires (55°), et $\cos 55^\circ = \sin 35^\circ$ car l'adjacent de l'un est l'opposé de l'autre. (1)

Erreur fréquente — le sinus, le cosinus et la tangente ne sont pas proportionnels à l'angle : doubler l'angle ne double pas le sinus, et un cosinus de 0,6 ne donne pas un angle de 60° .

Exercice 5 – Prise d’initiative — la hauteur de la tour*(4 pts)*

- a) Deux triangles rectangles de même côté vertical h : l’un de base d (angle 52°), l’autre de base $d + 25$ (angle 35°). (1)
- b) $h = d \times \tan 52^\circ$ et $h = (d + 25) \times \tan 35^\circ$. (1)
- c) $d \times \tan 52^\circ = (d + 25) \times \tan 35^\circ$, donc $d(\tan 52^\circ - \tan 35^\circ) = 25 \times \tan 35^\circ$, d’où $d = \frac{25 \times 0,700}{1,280 - 0,700} \approx 30,2$ m. (1)
- d) $h \approx 30,2 \times 1,280 \approx 38,6$ m ; hauteur totale $\approx 38,6 + 1,6 \approx 40$ m. (1)

Astuce — quand aucune distance au pied n’est connue, on écrit la même hauteur de deux façons et l’on résout l’équation obtenue : la méthode des deux visées est un classique du brevet.