

La trigonométrie dans le triangle rectangle

Barème : 1 point par question, soit 4 points par exercice

Unités : réponse sans unité = 0,5 point retiré

1 Rapports trigonométriques dans un triangle

/ 4 pts

- a. Pythagore : $RT^2 = 5,6^2 + 3,3^2 = 31,36 + 10,89 = 42,25$, donc $RT = 6,5$ cm.
- b. $\cos SRT = \frac{5,66,5}{3,36,5} \approx 0,86$; $\sin SRT = \frac{3,36,5}{3,35,6} \approx 0,51$; $\tan SRT = \frac{3,35,6}{3,36,5} \approx 0,59$.
- c. $SRT = \tan^{-1}(3,3 \div 5,6) \approx 30,5^\circ$, soit 31° (ou 30° selon la valeur exacte gardée : $30,51^\circ$ s'arrondit à 31°).
- d. Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires : $STR = 90 - 30,5 = 59,5^\circ$, soit environ 59° .

Le point clé — les trois rapports ne sont que des quotients de longueurs : une fois l'hypoténuse calculée par Pythagore, tout se lit sur la figure, et le second angle aigu se déduit sans calculatrice.

2 Lecture d'un tableau : rampes d'accès

/ 4 pts

- a. La hauteur est le côté opposé à l'angle et la longueur de la rampe est l'hypoténuse : sinus.
- b. A : $\sin^{-1}(0,20 \div 4,20) \approx 2,7^\circ$, conforme ; B : $\sin^{-1}(0,45 \div 6,50) \approx 4,0^\circ$, non conforme.
- c. $12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$; $\sin^{-1}(0,12 \div 2,5) \approx 2,8^\circ$: conforme (de justesse).
- d. $\tan 2,9^\circ = \frac{0,45}{d}$ donc $d = \frac{0,45}{\tan 2,9^\circ} \approx 8,9 \text{ m}$ à l'horizontale (soit 9 m pour une pente de 5% exactement).

Unités — le tableau mélange mètres et centimètres : on convertit avant de diviser, sinon la rampe C paraît impossible ($12 \div 2,5 \approx 4,8$).

3 La charpente

/ 4 pts

- a. Dans un triangle isocèle, la médiane issue du sommet principal est aussi une hauteur ; $BH = 4,8 \text{ m}$ et $AH = 4,8 \times \tan 28^\circ \approx 2,55 \text{ m}$.
- b. $\cos 28^\circ = \frac{BH}{AB}$, donc $AB = \frac{4,8}{\cos 28^\circ} \approx 5,44 \text{ m}$.
- c. Surface = $2 \times 5,44 \times 12 \approx 130,5 \text{ m}^2$.
- d. $130,5 \times 14 \approx 1827$ tuiles ; $1827 \times 1,05 \approx 1918,4$, soit 1919 tuiles.

Attention — la trigonométrie ne s'applique qu'à un triangle rectangle : dans un triangle isocèle, on commence par tracer la hauteur pour en fabriquer un, et on travaille avec la demi-base.

4 Vrai ou faux, avec justification

/ 4 pts

- a. Faux : $\sin 40^\circ \approx 0,643$ et $2 \times \sin 20^\circ \approx 0,684$.
- b. Faux : $\cos^{-1}(0,6) \approx 53,1^\circ$; c'est $\cos 60^\circ$ qui vaut $0,5$.
- c. Vrai : l'opposé peut être trois fois plus long que l'adjacent ; l'angle vaut alors $\tan^{-1}(3) \approx 71,6^\circ$.
- d. Vrai : les angles aigus sont complémentaires (55°), et $\cos 55^\circ = \sin 35^\circ$ car l'adjacent de l'un est l'opposé de l'autre.

Erreur fréquente — le sinus, le cosinus et la tangente ne sont pas proportionnels à l'angle : doubler l'angle ne double pas le sinus, et un cosinus de $0,6$ ne donne pas un angle de 60° .

5 Prise d'initiative — la hauteur de la tour

/ 4 pts

- a. Deux triangles rectangles de même côté vertical **h** : l'un de base **d** (angle **52°**), l'autre de base **d + 25** (angle **35°**).
- b. **h = d × tan 52°** et **h = (d + 25) × tan 35°**.
- c. **d × tan 52° = (d + 25) × tan 35°**, donc **d (tan 52° - tan 35°) = 25 × tan 35°**, d'où **d = $\frac{25 \times 0,7001,280}{0,700} \approx 30,2$** m.
- d. **h ≈ 30,2 × 1,280 ≈ 38,6** m ; hauteur totale ≈ **38,6 + 1,6 ≈ 40** m.

Astuce — quand aucune distance au pied n'est connue, on écrit la même hauteur de deux façons et l'on résout l'équation obtenue : la méthode des deux visées est un classique du brevet.