

Corrigé et barème – Triangles semblables

Définition par les angles, côtés homologues proportionnels, coefficient d'agrandissement ou de réduction, démontrer que deux triangles sont semblables, lien avec Thalès et l'homothétie, effet sur les aires (programme de 3e)

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3^e

Exercice 1 – Semblables ou non ?

(4 pts)

- a) Troisième angle du premier : 67° . Angles 42, 67, 71 dans les deux cas : semblables. (1)
- b) $6 \div 4 = 1,5$, $9 \div 6 = 1,5$, $13 \div 9 \approx 1,44$: non semblables. (1)
- c) $7,5 \div 2,5 = 9 \div 3 = 13,5 \div 4,5 = 3$: semblables, $k = 3$. (1)
- d) Angles 90, 35, 55 dans les deux cas ($90 - 55 = 35$) : semblables. (1)

Repère — deux angles égaux suffisent ; avec les côtés, il faut les trois quotients égaux, calculés après avoir rangé les longueurs par ordre croissant.

Exercice 2 – Calculs de longueurs

(4 pts)

- a) $k = 8,4 \div 5,6 = 1,5$. (1)
- b) $ST = 4,2 \times 1,5 = 6,3$ cm. (1)
- c) $RT = 7 \times 1,5 = 10,5$ cm. (1)
- d) $8,4 + 6,3 + 10,5 = 25,2$ cm ; ou $16,8 \times 1,5 = 25,2$ cm. (1)

Le point clé — l'ordre des lettres donne les côtés homologues : $AB \leftrightarrow RS$, $BC \leftrightarrow ST$, $AC \leftrightarrow RT$; le périmètre suit le même coefficient que les longueurs.

Exercice 3 – Lecture d'un tableau de mesures

(4 pts)

- a) $5 \div 3 = 7,5 \div 4,5 = 10 \div 6 = \frac{5}{3}$: oui, $k = \frac{5}{3}$. (1)
- b) $4 \div 3 \approx 1,33$, $6 \div 4,5 \approx 1,33$, $7,5 \div 6 = 1,25$: non. (1)
- c) $22,5 \div 13,5 = \frac{5}{3}$ fois (même coefficient que les côtés). (1)
- d) 8 ; 12 ; 15. (1)

Attention — deux quotients égaux ne suffisent pas : le troisième peut différer, comme entre T1 et T3.

Exercice 4 – Aires et périmètres

(4 pts)

- a) Par $4^2 = 16$. (1)
- b) $7,2 \times 2,5^2 = 7,2 \times 6,25 = 45$ cm². (1)
- c) $k^2 = 180 \div 20 = 9$, $k = 3$; périmètre $18 \times 3 = 54$ cm. (1)
- d) Non : périmètre doublé signifie $k = 2$, donc aire multipliée par $2^2 = 4$. (1)

Astuce — pour passer des aires au coefficient, on prend la racine carrée du rapport des aires ; pour passer du coefficient aux aires, on élève au carré.

Exercice 5 – Problème — le phare et le miroir*(4 pts)*

- a) Les deux triangles ont un angle droit (Nour et le phare sont verticaux) et des angles égaux au miroir : deux angles égaux, donc semblables. (1)
- b) $k = 36 \div 2,4 = 15$. (1)
- c) $1,5 \times 15 = 22,5$ m. (1)
- d) $k = 45 \div 3 = 15$, hauteur $1,5 \times 15 = 22,5$ m : oui, la même. (1)

À retenir — la méthode du miroir repose sur deux triangles semblables « retournés » : sans côtés parallèles, ce sont les angles égaux qui justifient la proportionnalité.